ALTA
Institute for Algebra, Geometry, Topology and their Applications

Universität Bremen

Dr. Tim Haga

Mathematische Grundlagen II
SS 2019

Übungsblatt 4

Präsenzübungen

P16. Ist die Folge

$$\frac{1}{3n^2}\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$$

konvergent? Wenn ja, bestimmen Sie den Grenzwert.

P17. Zeigen Sie: Ist $a_n \geq 0$ und konvergiert die Folge (a_n) gegen a, so konvergiert die Folge $(\sqrt{a_n})$ gegen $\sqrt{a}$.

P18. Zeigen Sie: die Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

konvergiert. Den Grenzwert brauchen Sie nicht zu bestimmen.

P19. Überprüfen Sie die folgenden Reihen mittels eines geeigneten Kriteriums auf Konvergenz:

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{12}{n^5}$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 x^n}{n!}$

Bitte wenden!

Zusatzaufgaben

1. Geben Sie Beispiele für konvergente und divergente Folgen und Reihen an. Finden Sie insbesondere verschiedene konvergente Folgen, die gegen den selben Grenzwert konvergieren.

2. Sei C die Menge der rationalen Cauchy-Folgen. Zeigen Sie: Durch $(a_n) \sim (b_n) :\Leftrightarrow \lim_{n\to\infty}(a_n - b_n) = 0$ wird auf C eine Äquivalenzrelation definiert.

3. Geben Sie eine konvergente Reihe an, die nicht absolut konvergiert.

4. Sei (a_n) eine reelle, konvergente Folge. Zeigen Sie, dass dann auch die Folge (b_n) der arithmetischen Mittel:
$$b_n = \frac{a_1 + \cdots + a_n}{n}$$
gegen $a = \lim_{n\to\infty} a_n$ konvergiert.