

Übungsblatt 8

P32. Welche der folgenden Gleichungssysteme sind lineare Gleichungssysteme, welche sind homogen bzw. inhomogen? Geben Sie gegebenenfalls die erweiterte Koeffizientenmatrix an.

a)

$$\begin{aligned}\sqrt{3}x + z &= 0 \\ 2x + 3y - 5z &= 0 \\ 4x - 9y &= 0\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}2x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 4 &= 0 \\ 3x_1 - 9x_2 + x_3 &= 0\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}xy + 2y &= 2 \\ 3x - 9y &= -1\end{aligned}$$

P33. Beweisen oder widerlegen Sie:

Ein lineares Gleichungssystem, das mehr Variablen als Gleichungen hat,

- a) kann keine Lösung besitzen.
- b) kann genau eine Lösung besitzen.
- c) kann unendlich viele Lösungen besitzen.

P34. Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem mit Koeffizienten in \mathbb{Z}_5 . Erläutern Sie dabei Ihre Vorgehensweise.

$$\begin{aligned}x + 2y + z &= 1 \\ y + z &= 3 \\ 2x + 2y + 2z &= 3\end{aligned}$$

P35. Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem mit Koeffizienten aus \mathbb{Z}_{17} . Erläutern Sie dabei Ihre Vorgehensweise.

$$\begin{aligned} & & & & 6x_3 & & + & 2x_5 & + & 11x_6 & = & 7 \\ 3x_1 & + & 12x_2 & + & 9x_3 & + & 11x_4 & + & 9x_5 & + & 3x_6 & = & 5 \\ x_1 & + & 4x_2 & + & 3x_3 & + & 15x_4 & + & 10x_5 & + & 9x_6 & = & 0 \\ 16x_1 & + & 13x_2 & + & 13x_3 & + & 2x_4 & + & 4x_5 & + & 6x_6 & = & 2\end{aligned}$$

Zusatzaufgaben

1. Welche Anzahl an Lösungen eines linearen Gleichungssystems mit reellen Koeffizienten sind möglich? Welche geometrische Vorstellung lässt sich damit verbinden?
2. Welchen Zusammenhang zwischen linearer (Un-)abhängigkeit und der Anzahl der Lösungen lässt sich für homogene LGS herstellen?
3. Warum hat ein homogenes lineares Gleichungssystem immer zumindest eine Lösung? Welche?