**ALTA**
**Institute for Algebra, Geometry, Topology and their Applications**

Universität Bremen

**Dr. Tim Haga**

**Mathematische Grundlagen II**
**SS 2018**

# Übungsblatt 6

## Präsenzübungen

**P24.** Zeigen Sie: Ist $f$ eine stetige (reelle oder komplexe) Funktion, so ist auch $|f|$ stetig.

**P25.** Geben Sie ein Gegenbeispiel für die Umkehrung der obigen Aussage an. D. h. finden Sie eine Funktion $f$ , so dass $|f|$ stetig ist, aber $f$ unstetig ist.

**P26.** Untersuchen Sie die folgenden Abbildungen auf Stetigkeit:

a) $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + 1, & x \leq 2 \\ -x+5, & x > 2 \end{cases},$

b) $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$

**P27.** Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$\begin{aligned} f\colon \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \cos(x) - x \end{aligned}$$

im Intervall $[0, \pi]$ (oder $[0°, 180°]$) eine Nullstelle hat.

**Bitte wenden!**

**Zusatzaufgaben**

1. Zeigen Sie mittels des $\varepsilon - \delta$-Kriteriums, dass

$$\begin{aligned} f\colon \mathbb{R}_{\geq 0} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \sqrt{x} \end{aligned}$$

   in $x_0 = 4$ stetig ist.

2. Zeigen Sie: die Funktion $f\colon \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$ mit $f(z) = \overline{z}$ ist stetig auf ganz $\mathbb{C}$.

3. Geben Sie ein Gegenbeispiel zu folgender, oft zu hörender aber falscher Aussage: Den Funktionsgraphen einer stetigen Funktion kann man zeichnen, ohne den Stift abzusetzen.

4. Internetrecherche: Finden Sie eine Funktion $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, die an **keiner** Stelle stetig ist.