ALTA
**Institute for Algebra, Geometry,
Topology and their Applications**

Universität Bremen

Dr. Tim Haga

Mathematische Grundlagen II
SS 2018

Übungsblatt 4

Die nachfolgenden Aufgaben beziehen sich auf den Stoff der ersten drei Vorlesungswochen. Die Aufgaben könnten ihrer Art nach auch in der Modulprüfung vorkommen.
Präsenzübungen

P16. Bestimmen Sie Supremum und Infimum der Menge

$$M = \left\{ \frac{1}{1+x^2} \mid x \in \mathbb{R} \right\}.$$

P17. Finden Sie alle (reellen) Nullstellen von $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) + 1$

P18. Zeigen Sie: Ist

$$p(z) = \sum_{k=0}^{n} a_k z^k$$

ein Polynom mit reellen Koeffizienten a_k, und z_0 eine Nullstelle von p, so ist auch $\overline{z_0}$ eine Nullstelle von p.

P19. Geben Sie alle (komplexen) Lösungen der Gleichung $z^4 - z^2 + 1 = 0$ an.

Bitte wenden!

Zusatzaufgaben

1. Finden Sie alle komplexen Zahlen z für die $e^z = 1$ gilt.
2. Finden Sie ale komplexen Zahlen z für die $e^z = -2$ gilt.
3. Sei $x \in \mathbb{R}$ und $x \geq -1$. Zeigen Sie die bernoullische Ungleichung: Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:
$$(1+x)^n \geq 1 + nx.$$
4. Skizzieren Sie die folgenden Punktmengen in der Gaußschen Zahlenebene: Dabei sei $z = x + iy = re^{i\varphi}$
   a) $A = \{z | x = 2\}$,
   b) $B = \{z | y = -1\}$,
   c) $C = \{z | x = 2y + 1\}$,
   d) $D = \{z | y = \frac{1}{x+1}\}$,
   e) $E = \{z | r = 2\}$,
   f) $F = \{z | \varphi = -1\}$,
   g) $G = \{z | r = \varphi + 1, -1 \leq \varphi \leq \pi\}$,
   h) $H = \{z | \varphi = 2\pi r, 0 \leq r \leq 2\}$.