

Dr. Tim Haga

15.04.2019

Klausur

im Modul Mathematische Grundlagen I

Name, Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

1. Hinweis: Dieses Deckblatt wird erst auf Anweisung der Aufsichtsführenden umgeblättert. Danach beginnt die Bearbeitungszeit.
2. Bearbeitungszeit: 120 Minuten
3. Zugelassene Hilfsmittel: Keine.
4. Bewertungskriterien: Insgesamt sind 70 Punkte erreichbar. Mindestanforderung: 35 Punkte, zusammen mit dem Posterprojekt 49 Punkte ($\hat{=}$ Note 4,0).
5. Arbeitsanweisung
 - a) Name, Vorname und Matrikelnummer sind auf diesem Deckblatt einzutragen.
 - b) Diese Klausur wurde maschinell gelegt. Prüfen Sie daher die fortlaufende Nummerierung der Seiten.
 - c) Die Lösungen zu den Aufgaben sind auf der jeweiligen Seite und Rückseite einzutragen.
 - d) Achten Sie auf die Nachvollziehbarkeit Ihrer Lösungen.

Viel Erfolg!

Vom Prüfenden auszufüllen!

Punkte / Note / Handzeichen / Datum

1	2	3	4	5	6	Σ

Aufgabe 1. Bearbeiten Sie **eine** Teilaufgabe.

(10 Punkte)

a) Beweisen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$12 \mid 5^{2n+1} + 7^{2n+1}$$

b) Beweisen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$$

Aufgabe 2. Bearbeiten Sie **entweder** Teilaufgabe a) **oder** Teilaufgabe b). (10 Punkte)

- a) Sei (G, \circ) eine Gruppe mit neutralem Element e . Zeigen Sie: Ist $a \circ a = e$ für alle $a \in G$, so ist G abelsch.
- b) Betrachten Sie $\sigma = (234)(4568)(1247) \in S_9$.
 - i. Bestimmen Sie $\text{sign}(\sigma)$.
 - ii. Schreiben Sie σ als Produkt von Transpositionen. Wieviele Transpositionen sind dazu mindestens nötig?

Aufgabe 3. Bearbeiten Sie **alle** Teilaufgaben.

- a) Sei M eine nichtleere Menge und R eine Relation auf M , welche sowohl eine totale Ordnung, als auch eine Äquivalenzrelation ist. Bestimmen Sie die Anzahl der Elemente von M . (5 Punkte)
- b) Geben Sie eine Menge M zusammen mit einer Halbordnung R auf M an, welche keine totale Ordnung ist. (5 Punkte)
- c) Geben Sie die Äquivalenzklassen der folgenden Äquivalenzrelation auf \mathbb{Z} an:

$$a \sim b \Leftrightarrow 5 \mid (a - b)$$

(5 Punkte)

Aufgabe 4. Bearbeiten Sie **eine** Teilaufgabe.

(10 Punkte)

Gegeben Sei der logische Ausdruck $X = (A \rightarrow B) \wedge C$.

- a) Stellen Sie X in Disjunktiver Normalform dar.
- b) Stellen Sie X in Konjunktiver Normalform dar.

Aufgabe 5. Bearbeiten Sie **eine** Teilaufgabe.

(10 Punkte)

- a) Bestimmen Sie die Anzahl aller Zahlen aus $\{1, \dots, 1000\}$, welche weder durch 2, 6 oder 15 teilbar sind.
- b) Sei $G = (V, E)$ ein einfacher, ungerichteter Graph mit $|V| \geq 2$. Zeigen Sie, dass es zwei verschiedene $v, w \in V$ gibt mit $\text{grad } v = \text{grad } w$.

Aufgabe 6. Bearbeiten Sie **alle** Teilaufgaben.

- a) Lösen Sie das folgende System von Kongruenzen mittels des chinesischen Restesatzes:

$$x \equiv 1 \pmod{8}$$

$$x \equiv 0 \pmod{3}$$

$$x \equiv 2 \pmod{5}$$

$$x \equiv 1 \pmod{7}$$

(10 Punkte)

- b) Finden Sie das Inverse zu $\overline{13}$ in \mathbb{Z}_{87}^* .

(5 Punkte)

