

Übungsblatt 3

Präsenzübungen

P8. Betrachten Sie die folgende Zusammenfassung von logischen Termen:

$$\mathcal{K} = \{A \wedge \neg B, B \vee C\}$$

- Finden Sie eine Interpretation, die \mathcal{K} erfüllt.
 - Leiten Sie aus \mathcal{K} den Term $\neg B$ her. Nutzen Sie dafür nur die aus der Vorlesung bekannten Schlussregeln.
 - Leiten Sie aus $\mathcal{K} \cup \{\neg B\}$ den Term C her. Nutzen Sie dafür nur die aus der Vorlesung bekannten Schlussregeln.
- P9.** Sei \mathcal{K} eine Menge von logischen Ausdrücken und seien A, B Ausdrücke. Zeigen Sie die folgende Schlussregel, analog zur Rechtfertigung der Fallunterscheidungsregel und der Widerspruchsregel.

$$\frac{\begin{array}{l} \mathcal{K} \cup \{A\} \quad P \\ \mathcal{K} \cup \{B\} \quad P \end{array}}{\mathcal{K} \cup \{A \vee B\} \quad P}$$

P10. Sei \mathcal{K} eine Menge von logischen Ausdrücken und seien A, B Ausdrücke. Zeigen Sie formal die beiden Schlussregeln.

a) *Reductio ad absurdum*:

$$\frac{\begin{array}{l} \mathcal{K} \quad A \rightarrow B \\ \mathcal{K} \quad A \rightarrow \neg B \end{array}}{\mathcal{K} \quad \neg A}$$

b) *Modus ponens*:

$$\frac{\begin{array}{l} \mathcal{K} \quad A \\ \mathcal{K} \quad A \rightarrow B \end{array}}{\mathcal{K} \quad B}$$

Verständnisfragen (Diese Aufgaben dienen ihrer Selbstkontrolle)

1. Angenommen, man hat eine Menge von Schlussregeln und leitet aus diesen Schlussregeln neue Regeln ab (Wie wir es etwa in der Vorlesung mit der Kettenchlussregel getan haben). Erhöht sich dadurch die Anzahl der Terme, die durch diese Schlussregeln hergeleitet werden können?

2. Wir definieren folgende, abgewandelte Widerspruchsregel (Wid'):

$$\frac{\mathcal{K} \cup \{\neg P\} \quad Q}{\mathcal{K} \quad P}$$

Leiten Sie daraus (und aus der Antezedenzregel) die Widerspruchsregel (Wid) ab.

3. Wie funktioniert ein direkter Beweis?

4. Was ist der Unterschied zwischen einem Beweis durch Widerspruch und einem Beweis durch Kontraposition?