**ALTA**
**Institute for Algebra, Geometry, Topology and their Applications**

Universität Bremen

**Dr. Tim Haga**
**Aaron Lye**

**Mathematische Grundlagen I**
**WS 2017/18**

# Übungsblatt 14

## Präsenzübungen

**P36.** Gegeben sei die Basis $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$. Geben Sie den Vektor $\begin{pmatrix}4\\0\\1\end{pmatrix}$ als Linearkombination der Basisvektoren an.

**P37.**
a) Zählen Sie alle Elemente von $\mathbb{Z}_3^2$ auf.
b) Geben Sie jeweils eine Basis für $\mathbb{Z}_3^2$ und $\mathbb{Z}_2^3$ an.
c) Zeigen Sie, dass die Vektoren $\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix} \in \mathbb{Z}_3^3$ linear abhängig sind.

**P38.** Betrachten Sie, die Menge der Polynome vom Grad $\leq 5$ mit Koeffizienten aus dem Körper $K$, also die Menge $V = \{p \in K[X] \mid \operatorname{grad}(p) \leq 5\}$ Zeigen Sie das diese Menge mit der Addition von Polynomen und Multiplikation mit Skalaren aus $K$ einen Vektorraum bildet. Geben Sie eine Basis von $V$ an.

**P39.** Geben Sie eine Menge $M = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ von fünf Vektoren in $\mathbb{R}^3$ an, so dass jede dreielementige Teilmenge von $M$ eine Basis von $\mathbb{R}^3$ bildet.

## Weitere Aufgaben

Diese Aufgaben dienen zur Selbstkontrolle und müssen nicht abgegeben werden.

1. Wie ist ein Vektorraum definiert?
2. Was ist ein Untervektorraum?
3. Wann heißen Vektoren linear unabhängig?
4. Was ist eine Basis?
5. Was ist ein Skalarprodukt?
6. Wie hängt das Skalarprodukt mit Winkeln zusammen?