

Dr. Tim Haga  
Aaron Lye

Mathematische Grundlagen I  
WS 2017/18

## Übungsblatt 8

### Präsenzübungen

**P19.** Bestimmen Sie die Lösungsmenge folgender Kongruenzen.

$$x \equiv 3 \pmod{6} \quad (1)$$

$$2x \equiv 4 \pmod{6} \quad (2)$$

$$3x \equiv 5 \pmod{4} \quad (3)$$

$$11x \equiv 1 \pmod{27} \quad (4)$$

**P20.** Warum hat das folgende System von Kongruenzen keine Lösung?

$$x \equiv 0 \pmod{3}$$

$$x \equiv 1 \pmod{6}$$

**P21.** Lösen Sie das folgende System von Kongruenzen:

$$x \equiv 2 \pmod{3}$$

$$x \equiv 3 \pmod{5}$$

$$x \equiv 2 \pmod{7}$$

### Hausübungen

**H15.** Lösen Sie das folgende System von Kongruenzen: (6 Punkte)

$$x \equiv 1 \pmod{3}$$

$$x \equiv 3 \pmod{5}$$

$$x \equiv 5 \pmod{11}$$

**H16.** Betrachten Sie die Kongruenzgleichung  $ax \equiv b \pmod{m}$ . Geben Sie je zwei Beispiele für  $a, b, m$ , sodass die Kongruenz

a) keine Lösung,

b) eine eindeutige Lösung  $\pmod{m}$

besitzt.

(5 Punkte)

**H17.** Zeigen Sie: (4+4 Punkte)

a) Seien  $z, q, r \in \mathbb{N}$  sodass  $q \leq r$  und  $z = q \cdot r$ . Dann gilt  $q \leq \sqrt{z}$ .

b) Es gibt unendlich viele Primzahlen.

**Abgabe der Hausübungen am Dienstag, 12.12.2017 im Raum NW1 H1 H0020 vor Beginn der Vorlesung.**

**Bitte wenden!**

## Weitere Aufgaben

Diese Aufgaben dienen zur Selbstkontrolle und müssen nicht abgegeben werden.

1. Warum ist die Primfaktorzerlegung einer natürlichen Zahl eindeutig (bis auf Reihenfolge der Faktoren)?
2. Kann man den chinesischen Restesatz auch benutzen, wenn die Moduln nicht teilerfremd sind? Wie ist das Verfahren anzupassen?
3. Warum erkennt die Prüfziffer der ISBN-13 stets, ob eine einzelne Ziffer falsch eingegeben wurde?
4. Warum werden nicht alle Vertauschungen benachbarter Ziffern von der Prüfziffer der ISBN-13 erkannt? Welche werden nicht erkannt?
5. Welche Eingabefehler erkennt die Prüfziffer der ISBN-13, wenn genau zwei Zahlen falsch eingegeben wurden?