ALTA
Institute for Algebra, Geometry, Topology and their Applications

Universität Bremen

Dr. Tim Haga
Aaron Lye

Mathematische Grundlagen I
WS 2017/18

Übungsblatt 3

Präsenzübungen

P7. Seien A, B Teilmengen der Menge X. Beweisen Sie die de Morganschen Gesetze der Mengenlehre:

a) $X \setminus (A \cup B) = (X \setminus A) \cap (X \setminus B)$

b) $X \setminus (A \cap B) = (X \setminus A) \cup (X \setminus B)$

P8. Seien A und B Mengen.

a) Zeigen Sie, dass gilt $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cap B)$.

b) In der Vorlesung wurde (allgemeiner) bewiesen, dass

$$\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A \cup B)$$

gilt. Zeigen Sie, dass die Gleichheit im Allgemeinen nicht gilt.

Hausübungen

H6. Seien A, B, C Mengen.

a) Zeigen Sie: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (4 Punkte)

b) Zeigen Sie: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (4 Punkte)

c) Sei $B \subseteq A$. Zeigen Sie: $B = A \setminus (A \setminus B)$ (4 Punkte)

H7. Ein geordnetes Paar (a, b) wurde defininiert als $(a, b) = \{\{a\}, \{a, b\}\}$.
Zeigen Sie, dass für zwei geordnete Paare (a, b) und (x, y) gilt:

$$(a, b) = (x, y) \iff a = x \wedge b = y.$$

(5 Punkte)

Hinweis: Sie müssen hier zwei Richtungen zeigen. Machen Sie eine Fallunterscheidung in zwei Fälle, je nachdem ob es sich bei$(a, b) = \{\{a\}, \{a, b\}\}$ um eine ein- oder zweielementig Menge handelt.

Abgabe der Hausübungen am Dienstag, 7.11.2017 im Raum *NW1 H1 H0020* vor Beginn der Vorlesung.

Bitte wenden!

Verständnisfragen

Diese Aufgaben dienen zur Selbstkontrolle und müssen nicht abgegeben werden.

1. Was besagen das Extensionalitätsaxiom und das Leermengenaxiom?
2. Was ist die Potenzmenge einer Menge? Wie groß ist ihre Kardinalität?
3. Kann eine Menge sich selbst enthalten? Begründung?
4. Warum gibt es nicht die Menge aller Mengen?
5. Warum ist $\emptyset \neq \{\emptyset\}$?
6. Warum gibt es nur eine leere Menge (und nicht etwa mehrere verschiedene)?
7. Wie viele Elemente enthält die Potenzmenge einer Menge mit n Elementen?
8. Wie viele verschiedene k-elementigen Teilmengen hat eine Menge mit n Elementen?
9. Ist M eine Menge und N eine echte Teilmenge von M. Hat M dann immer mehr Elemente als N?
10. Sei M eine Menge und N eine Teilmenge von M. Wie viele Elemente enthält $M \setminus N$?
11. Welche Elemente enthält das kartesische Produkt $\{1,2\} \times \emptyset$?
12. Begründen Sie, warum im Allgemeinen $A \times B = B \times A$ gilt.
13. Wie viele Elemente enthält das kartesische Produkt einer endlichen Familie von endlichen Mengen?
14. Sei $M = \{1,2\}$ und $N = \{1,2,3\}$. Geben Sie alle zweielementigen Teilmengen von $M \times N$ an.