Zentrum für Technomathematik

Prof. Dr. A. Schmidt
M.Sc. A. Narimanyan

Numerik II

WS 2001/2002 — Übung 10 — 16.01.2002
Abgabe: 23.01.2002

Aufgabe 26 (4 Punkte)
Bestimmen Sie ein Rekursionsschema zur Berechnung der Koeffizienten

$$c_\nu = \int_{t_{j+q}}^{t_{j+k}} (t - t_{j+\kappa}) \cdots (t - t_{j+\kappa-\nu+1})\, dt$$

des speziellen linearen k-Schritt-Verfahrens mit variabler Schrittweite aus der Vorlesung.
Zeigen Sie dazu, dass für

$$p_0(t) := 1, \qquad p_\nu(t) := (t - t_{j+\kappa}) \cdots (t - t_{j+\kappa-\nu+1}) \text{ für } \nu > 0$$

sowie

$$c_{\nu,\mu} := \int_{t_{j+q}}^{t_{j+k}} p_\nu(t)\, (t_{j+k} - t)^\mu\, dt$$

die Rekursionsformel

$$c_{\nu+1,\mu} = (t_{j+k} - t_{j+\kappa-\nu}) c_{\nu,\mu} - c_{\nu,\mu+1}, \qquad \nu, \mu \geq 0$$

gilt und berechnen Sie die benötigten Werte $c_{0,\mu}$.

Aufgabe 27 (4 Punkte)
Bestimmen Sie die Ordnung des 3-Schritt-Verfahrens

$$y_{j+3} - y_j = h \left(\frac{3}{8} f(t_{j+3}, y_{j+3}) + \frac{9}{8} f(t_{j+2}, y_{j+2}) + \frac{9}{8} f(t_{j+1}, y_{j+1}) + \frac{3}{8} f(t_j, y_j) \right),$$

des „3/8-Schemas“. Ist es konvergent?

Aufgabe 28 (4 Punkte)
Zeigen Sie, dass das 3-Schritt-Verfahren

$$y_{j+3} + a_2 y_{j+2} + a_1 y_{j+1} + a_0 y_j = h \sum_{i=0}^{2} b_i f(t_{j+i}, y_{j+i})$$

nur dann von vierter Ordnung ist, wenn $a_0 + a_2 = 8$ und $a_1 = -9$.
Folgern Sie, dass das Schema nicht gleichzeitig von vierter Ordnung und konvergent sein kann.