

Praktikum Numerik partieller Differentialgleichungen

SS 2001 — 26.04.2001

Abgabe: Mittwoch, 09.05.2001

Programmieraufgabe 2

(4 Punkte)

Erweitern Sie das Programm aus Aufgabe 1 zur Lösung des Problems

$$\begin{aligned} -\Delta u &= f && \text{in } \Omega \subset (A, B)^2, \\ u &= g && \text{auf } \partial\Omega \end{aligned}$$

auf einem nicht-rechteckigen Gebiet Ω . Dieses sei durch eine Funktion $\Phi(x)$ beschrieben so dass $\Omega = \{x \in (A, B)^2 : \Phi(x) > 0\}$.

Welche Konvergenzraten beobachten Sie für die exakte Lösung aus Aufgabe 1 auf dem Kreis mit Radius 0.8 um den Ursprung (z.B. mit $\Phi(x) = 0.8 - |x|$)?

Beachten Sie die Diskretisierung der Dirichlet-Randwerte: $g_h(p_{ij}) = g(p)$ mit $p \in \partial\Omega$, $|p - p_{ij}| < h$.

Lösen Sie mit Ihrem Programm das Problem

$$\begin{aligned} -\Delta u &= 0 && \text{in } \Omega = (-1, 1)^2 \setminus [0, 1] \times [-1, 0], \\ u(r \cos \phi, r \sin \phi) &= r^{\frac{2}{3}} \sin\left(\frac{2}{3}\phi\right) && \text{auf } \partial\Omega. \end{aligned}$$

Welche Konvergenzraten beobachten Sie hier?