

Kurze Diskussion zu Quantoren

$\forall x \in M : E(x)$ ist Abkürzung für $(\forall x)((x \in M) \rightarrow E(x))$
 $\exists x \in M : E(x)$ ist Abkürzung für $(\exists x)((x \in M) \wedge E(x))$

Mit Hilfe von Wahrheitstafeln sieht man, daß für zwei Aussagen U, V die Verknüpfung $\neg(U \rightarrow V)$ äquivalent ist zu $U \wedge (\neg V)$.

Jetzt gilt:

$\neg(\forall x \in M : E(x))$ ist äquivalent zu $\neg((\forall x)((x \in M) \rightarrow E(x)))$
 $\neg((\forall x)((x \in M) \rightarrow E(x)))$ ist äquivalent zu $(\exists x)(\neg((x \in M) \rightarrow E(x)))$
 $(\exists x)(\neg((x \in M) \rightarrow E(x)))$ ist äquivalent zu $(\exists x)((x \in M) \wedge (\neg E(x)))$
 $(\exists x)((x \in M) \wedge (\neg E(x)))$ ist äquivalent zu $\exists x \in M : \neg E(x)$

Daher zusammengefaßt:

$\neg(\forall x \in M : E(x))$ ist äquivalent zu $\exists x \in M : \neg E(x)$

Auf dieselbe Weise zeigt man

$\neg(\exists x \in M : E(x))$ ist äquivalent zu $\forall x \in M : \neg E(x)$