Höhere Mathematik II, SS2014
M. Hortmann

Blatt 5

bitte heften Sie dieses Blatt vor Ihre Lösungen

<table>
<tr><th colspan="6">Namen</th><th>Gruppennr.</th><th>Tutor</th></tr>
<tr><td colspan="6"></td><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td colspan="6"></td></tr>
<tr><td colspan="6"></td></tr>
<tr><td colspan="6"></td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3a</td><td>b</td><td>4a</td><td>b</td><td>Summe</td><td>bearbeitet</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>4 Punkte=100%</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Aufgabe 1
Berechnen Sie die Taylorreihe der Funktion $f(x,y)=x^2y+xy^2$ mit dem Entwicklungspunkt $(x_0,y_0)=(1,2)$.

Aufgabe 2 Zeigen Sie, daß die Matrix $\begin{pmatrix} 19 & 17 & 8 \\ 17 & 18 & 9 \\ 8 & 9 & 6 \end{pmatrix}$ positiv definit ist.

Aufgabe 3

a) Sei $f(x,y)=3(1-x^2)y-y^3$.
Benutzen Sie die Matrix der zweiten Ableitungen in den kritischen Punkten von *f*, um zu entscheiden, in welchen lokale Maxima oder lokale Minima vorliegen, oder in welchen kein lokaler Extremwert vorliegt.

b) Seien $x_1=(-1,0), x_2=(1,0)$. Geben Sie eine Funktion $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ an, die in x_1 und x_2 lokale Minima besitzt, so daß $f(x_1)=0, f(x_2)=1$, und so daß die Matrix der 2. Ableitungen in x_1 und x_2 positiv definit ist.

Aufgabe 4

a) Welches Volumen kann ein Quader mit einer Oberfläche von $1\,m^2$ maximal besitzen?
Berechnen Sie dazu für positive $x, y, z\in\mathbb{R}$ das Maximum der Funktion $f(x,y,z)=xyz$ unter der Nebenbedingung $g(x,y,z)=2(xy+xz+yz)-1=0$.

b) Die lineare Abbildung $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ sei gegeben durch $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Die Norm $\|T\|$ ist definiert als $\sup\limits_{\|x\|\leq 1} \|T(x)\|$. Weil die Einheitskreisscheibe $\left\{ x \in \mathbb{R}^2 \mid \|x\| \leq 1 \right\}$ kompakt ist, existiert sogar $\max\limits_{\|x\|\leq 1} \|T(x)\|$, und es ist klar, daß bei einer linearen Abbildung dieses Maximum auf dem Rand der Einheitskreisscheibe, also auf dem Einheitskreis angenommen wird, daß also $\|T\| = \max\limits_{\|x\|=1} \|T(x)\|$.

Berechnen Sie nun $\|T\|$, indem Sie die Stelle auf dem Einheitskreis im $\mathbb{R}^2$ finden, an der die Funktion $f(x) = \|T(x)\|^2$ maximal wird.