Höhere Mathematik II, SS2014
M. Hortmann

Blatt 3

bitte heften Sie dieses Blatt vor Ihre Lösungen

Namen					**Gruppennr.**	**Tutor**
1a	b	2	3	4	**Summe**	**bearbeitet**
1	1	1	1	1	4 Punkte=100%	

Aufgabe 1

a) Wenn wir die Sinus-Funktion auf das Intervall $]-\pi/2\,,\pi/2[$ einschränken, erhalten wir eine bijektive Abbildung $]-\pi/2\,,\pi/2[\to]-1\,,1\,[$; die dazu inverse Abbildung $]-1\,,1[\to]-\pi/2,\pi/2[$ nennt man arcsin (Arcus Sinus). Man setze voraus, daß arcsin differenzierbar ist und berechne mit der Kettenregel die Ableitung arcsin' .

b) Finden Sie eine Potenzreihe für die Ableitung der Arcus-Tangens Funktion. Gehen Sie von der Tatsache aus, daß zwei differenzierbare Funktionen $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, deren Ableitungen gleich sind, sich nur um eine Konstante unterscheiden, und konstruieren Sie damit eine Potenzreihe für die Arcus-Tangens-Funktion selbst. Was ist deren Konvergenzradius?

Aufgabe 2

Sei $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ differenzierbar und es sei $Df(x)\neq 0$.
Für welchen Einheitsvektor $v\in\mathbb{R}^3$ ist die Richtungsableitung $(\partial_v f)(x)$ maximal[1]?
Für welche ist die Richtungsableitung $(\partial_v f)(x)$ gleich 0 ?
(Untersuchen Sie die Situation ggf. zunächst für eine lineare Abbildung.)

Aufgabe 3

Sei $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ gegeben durch $(x\,,y\,,z)\mapsto\sin(x\,y)+\exp(x\,z)$.
Man rechne nach, daß $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial z}=\dfrac{\partial^2 f}{\partial z\partial x}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial z\partial y}=\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial z}$.

1 D.h. finden Sie einen Einheitsvektor *v*, so daß für alle anderen Einheitsvektoren *w* gilt: $(\partial_w f)(x)\leqslant(\partial_v f)(x)$

Aufgabe 4

Aus der Fundamentalgleichung für die Exponentialfunktion folgt sofort:
$\forall x, y>0: \log(x y)=\log(x)+\log(y)$ und $\forall x>0: \log(1/x)=-\log(x)$ und
$\forall \alpha>0\, \forall x>0: \log(x^{\alpha})=\alpha \log(x)$

Wir hatten in der Vorlesung für $|x|<1$ die folgende Potenzreihendarstellung abgeleitet:
$-\log(1-x)=\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$. Für $|x|<1/4$ konvergiert diese Potenzreihe ziemlich schnell.

Finden Sie unter Ausnutzung dieser Formeln eine Möglichkeit, log(4) zu berechnen, wobei nur Werte mit einem Betrag kleiner als ¼ in obige Potenzreihe eingesetzt werden.