Mathematatik II für Physiker und Elektrotechniker SS04
Aufgabenblatt 9

Name(n)	Tutor	Datum

Aufgabe 1

a) 2 und -7 sind Nullstellen des Polynoms $x^4-21x^3+35x^2+1149x-3276$. Berechnen Sie die beiden anderen (ohne Nutzung eines Näherungsverfahrens).

b) Finden Sie die reelle Nullstelle des Polynoms $f(x)=x^3+5x+1$ mit Hilfe des Newtonverfahrens und anschließend die beiden konjugiert komplexen Lösungen durch Lösen einer quadratischen Gleichung. Machen Sie die Probe, ob $f(x)=(x-\lambda_1)(x-\lambda_3)(x-\lambda_3)$.

c) Finden Sie eine der beiden komplexen Lösungen aus b) mit Hilfe des komplexen Newtonverfahrens.

d) Können Sie Startwerte für das komplexe Newtonverfahren finden, für die das Verfahren nicht konvergiert, sondern zwischen bestimmten Werten hin- und herspringt?

Aufgabe 2

a) Berechnen Sie die drei verschiedenen Eigenwerte der Matrix $A=\begin{pmatrix}-6 & 2 & 2\\ -27 & 9 & 6\\ -16 & 4 & 6\end{pmatrix}$ mit Hilfe des charakteristischen Polynoms.

b) Finden Sie zu jedem Eigenwert λ einen Eigenvektor ungleich Null, indem Sie das homogene Gleichungssystem $(A-\lambda E)x=0$ lösen.

c) Die gefundenen Eigenvektoren $v_{1,}v_{2,}v_3$ sind linear unabhängig. Drücken Sie den Vektor $c=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ als Linearkombination $c=\lambda_1 v_1+\lambda_2 v_2+\lambda_3 v_3$ aus.

d) Berechnen Sie für $t=1.5$ mit Hilfe von Pari durch Aufsummieren der Exponentialreihe die Fundamentallösung $\Phi(t)=\exp(tA)$ und damit dann sofort die spezielle Lösung $\varphi(t)=\Phi(t)c$, mit demselben c wie in 2c.

e) Vergleichen Sie diesen Wert mit dem via
$\varphi(t)=\Phi(t)c=\exp(tA)(\lambda_1 v_1+\lambda_2 v_2+\lambda_3 v_3)=\lambda_1\exp(tA)v_1+\lambda_2\exp(tA)v_2+\lambda_3\exp(tA)v_3$
gewonnenen. (Da v_i Eigenvektor zu λ_i , können Sie Reihen $\exp(tA)v_i$ ja sofort ohne viel zu summieren ausrechnen.)