

# Mathematische Grundlagen der Informatik II, SS 2002

## Aufgabenblatt 4

### Aufgabe 1.

Sei  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{Z}_5)$ .

a) Man berechne  $|A| = \det(A) \in \mathbb{Z}_5$ .

b) Man berechne  $A^{-1}$  mittels elementarer Zeilenumformungen.

c) Man berechne  $B = A^{-1}$  mittels der Formel  $b_{ij} = \frac{(-1)^{i+j} |A_{ji}|}{|A|}$ .

( $A_{ji}$  ist die Matrix, die aus  $A$  durch Streichen der  $j$ -ten Zeile und  $i$ -ten Spalte hervorgeht.)

d) Man berechne die Determinante für  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_2)$  durch Addition aller

24 Summanden von  $\sum_{\sigma \in \mathfrak{S}_4} \varepsilon_\sigma a_{\sigma(1)1} a_{\sigma(2)2} \cdots a_{\sigma(4)4}$ .

### Aufgabe 2.

Man schreibe ein Computerprogramm, welches  $|A| = \det(A) \in \mathbb{Z}_2$  für beliebige Matrizen  $A \in M_3(\mathbb{Z}_5)$  berechnen kann und stelle fest, für wie viele der 512 Elemente  $A \in M_3(\mathbb{Z}_5)$  gilt:  $\det(A) = 1$ .

(Wäre dieselbe Aufgabe für 4x4-Matrizen machbar?)