**Mathematik I, Logik und Algebra, WS2011/12**
**M. Hortmann**

## Blatt 2

**Aufgabe 2**
Seien $A$,$B$ Mengen.
Zeigen Sie, daß die Aussage $A \subset B$ äquivalent ist zu den Aussagen

a) $A \subset (A \cap B)$
b) $(A \cup B) \subset B$

ad a)

Gehen wir zunächst aus von $A \subset B$. Ist dann $x \in A$, so folgt $x \in B$, also $x \in A \wedge x \in B$, also $x \in A \cap B$.

Gehen wir umgekehrt aus von $A \subset A \cap B$.
Grundsätzlich gilt $(A \cap B) \subset B$, denn für jedes Element $x \in A \cap B$ gilt ja $x \in A \wedge x \in B$, also $x \in B$.
Wir haben damit $A \subset (A \cap B) \subset B$ und damit $A \subset B$.

ad b)

Gehen wir wieder zunächst aus von von $A \subset B$.
Betrachten wir ein Element $x \in A \cup B$, so gilt $x \in A \vee x \in B$. Wenn $x \in A$, so folgt wegen $A \subset B$ sofort $x \in B$. Jedenfalls folgt $x \in B$ und daher $A \cup B \subset B$.

Gehen wir umgekehrt aus von $(A \cup B) \subset B$.
Grundsätzlich gilt $A \subset A \cup B$, denn für jedes Element $x \in A$ gilt ja $x \in A \vee x \in B$, also $x \in A \cup B$. Also haben wir $A \subset A \cup B \subset B$, also $A \subset B$.

Bemerkung:
Hat man drei Aussagen $A$,$B$,$C$ und soll zeigen, daß $A$ äquivalent zu $B$ und $A$ äquivalent zu $C$ ist, so ist es oft kürzer, einen "Ringschluß" zu durchzuführen: Man zeigt: Aus $A$ folgt $B$ und aus $B$ folgt $C$ und aus $C$ folgt $A$. Dies wurde oben nicht gemacht.