Mathematik II, Analysis und Lineare Algebra, Sommersemester 2011
M. Hortmann

Blatt 8

bitte heften Sie dieses Blatt vor Ihre Lösungen

Namen						**Gruppe**	**Tutor**
1	2	3a	b	c	d	**Summe**	**bearbeitet**
1	1	1	1	1	1	5 Punkte=100%	

Aufgabe 1
Betrachten Sie den Vektorraum $\mathbb{Z}_2^3$ über dem Körper $\mathbb{Z}_2$. $\mathbb{Z}_2^3$ besitzt 8 Elemente:
$\mathbb{Z}_2^3=\left\{\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbb{Z}_2^3$ enthält den Nullraum $\{0\}=\left\{\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\right\}$ als Unterraum und ist natürlich Unterraum auch von sich selbst.

Finden Sie alle anderen Unterräume und schreiben Sie sie konkret und in einer natürlichen Reihenfolge hin.

Aufgabe 2
Sind die Vektoren $v_1=(1,1,2,4)\sim$, $v_2=(2,1,-5,2)\sim$, $v_3=(1,-1,-4,0)\sim$, $v_1=(2,1,1,6)\sim$ linear unabhängig im Vektorraum $\mathbb{R}^4$? ("~", soll andeuten, daß es sich um Spaltenvektoren handelt.)

Aufgabe 3

Sei $K=\mathbb{Z}_5$. Betrachten Sie die Matrix $A=\begin{pmatrix}3&1&4&3&2\\3&1&2&1&1\\1&2&1&4&3\\1&3&3&4&1\end{pmatrix}$ mit Koeffizienten in K.

a) bringen Sie mit Hilfe des Gaußschen Algorithmus die Matrix A auf die Form $\begin{pmatrix}E&*\\0&0\end{pmatrix}$.

b) Bestimmen Sie damit eine Basis des Kerns und des Bilds der linearen Abbildung $K^5\to K^4$, die durch $x\to Ax$ gegeben ist.

c,d) Lösen Sie dieselben Aufgaben für die durch $b_{ij}=a_{ji}$ definierte transponierte Matrix B.