Mathematik II, Analysis und Lineare Algebra, Sommersemester 2011
M. Hortmann

Blatt 4

bitte heften Sie dieses Blatt vor Ihre Lösungen

Namen								**Gruppe**	**Tutor**
1	b	2a	b	3	4	5a	b	**Summe**	**bearbeitet**
1	1	1	1	1	1	1	1	7 Punkte=100%	

1. Man zeige mit Hilfe der Grenzwertsätze für Folgen, daß

a) die durch $x_n := \dfrac{n^3+n^2+1}{n^4+2n+3}$ gegebene Folge eine Nullfolge ist,

b) die durch $x_n := \dfrac{n^2+n+1}{2n^2+3}$ gegebene Folge konvergent ist und den Grenzwert ½ besitzt.

2. Man zeige:

a) Die durch $x \mapsto \begin{cases} 0 & \text{falls} \quad x \leqslant 0 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$ gegebene Abbildung $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist unstetig im Punkt $x_0 = 0$.

b) Die durch $(x, y) \mapsto \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2} & \text{falls} \quad (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{falls} \quad (x, y) = (0,0) \end{cases}$ gegebene Abbildung $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ ist unstetig im Punkt $(x_0, y_0) = (0,0)$.

3. Man zeige mit der $\varepsilon - \delta$ -Definition der Stetigkeit und der Maximumsmetrik auf $\mathbb{R}^2$:
Die durch $(x, y) \mapsto 3x + 4y$ gegebene Abbildung $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ ist stetig.

4. Ist V ein normierter $\mathbb{R}$ -Vektorraum, so ist die durch $x \mapsto \|x\|$ gegebene Abbildung $V \to \mathbb{R}$ stetig.

5. Sei $z = x + iy \neq -1$ eine komplexe Zahl mit $y \geqslant 0$ und $y = 0 \to x > 0$.

a) Man setze $u := \sqrt{\dfrac{x + \sqrt{x^2+y^2}}{2}}$ und $v := \dfrac{y}{2u}$, sowie $w := u + iv$ und zeige, daß $w^2 = z$.

b) Mit Hilfe der in a) gegebenen Formel berechne man eine Quadratwurzel aus $-40 + 42i$. (Probe!)