Analysis II SS07, Aufgabenblatt 12 **M. Hortmann**							
Name(n)						***Gruppennummer***	
Punkte							
1	2a	b	3a	b	4	Summe	% bearbeitet

1. Sei M ein metrischer Raum, E ein Banachraum, $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge beschränkter Abbildungen $M\to E$ mit $\sum_{n=1}^{\infty}\|f_n\|_\infty<\infty$ [1]. Man zeige, daß die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} f_n$ (d.h die Folge der Partialsummen) auf M gleichmäßig konvergiert.

2. Sei $f:]-1,1[\to\mathbb{R}$ gegeben durch $f(x)=-\log(1-x)$.

a) Man berechne die Taylorreihe $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{f^n(0)}{n!}x^n$ und zeige für alle $x\in]-1,1[$, daß $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{f^n(0)}{n!}x^n=f(x)$

b) Man beweise, daß $0<\log 2-0{,}69314718<10^{-9}$.

3. Sei $U\subset\mathbb{C}$ offen, $f:U\to\mathbb{C}$ eine Abbildung. f heißt in $z_0\in U$ komplex differenzierbar, wenn der Grenzwert $\lim_{h\to 0}\frac{f(z_0+h)-f(z_0)}{h}$ existiert. f heißt komplex differenzierbar, wenn f in jedem Punkt von U komplex differenzierbar ist.

a) Man betrachte nun die Abbildung $\mathbb{C}\to\mathbb{C},\ z\to\bar{z}$ und zeige, daß diese in keinem Punkt komplex differenzierbar, jedoch, aufgefaßt als Abbildung $\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$, in jedem Punkt (reell) differenzierbar ist.

b) Sei $f:U\to\mathbb{C}$ in $z_0\in U$ komplex differenzierbar. Man zeige, daß f auch als Abbildung $\mathbb{R}^2\supset U\to\mathbb{R}^2$ aufgefaßt, in z_0 differenzierbar ist.

4. Man konstruiere eine 2-mal stetig differenzierbare Abbildung $[-1,1]\to\mathbb{R}$, die in -1 ihr Maximum und in 1 ihr Minimum annimmt, un die außerdem in -½ ein lokales Minimum und in ½ ein lokales Maximum besitzt. (Beweis!)

---

1 Man erinnere sich an die Definition $\|f\|_\infty:=\sup_{x\in M}\|f(x)\|$