

1. Stefan Problem

Phase 1: Vorbereitungen

Erarbeitung der physikalischen Grundlagen: Was ist der Unterschied zwischen flüssig und fest, wie ist der Zusammenhang zwischen Wärme und Phase?
Wärmeleitungsgleichung, Parameter usw.

Phase 2: Klassisches Stefan-Problem

Welche “physikalischen Annahmen” werden für das klassische Stefan-Problem getroffen, mit welchen Begründungen?
(Energieerhaltung, Stetigkeit der Temperatur an der Phasengrenze (Freie Energie?))

Erarbeitung der Grundlagen zur Herleitung des klassischen Stefan-Problems: Definition einer glatten evolvierenden Hyperfläche, Normalengeschwindigkeit, Transporttheorem.

Herleitung der Sprungbedingung, Interpretation

Phase 3: Stefan-Problem mit komplizierteren Effekten

Was sind “undercooling” und “superheating”, wo spielen diese Effekte eine Rolle, wie kann man sie erklären? Was ist “kinetic undercooling”?
Herleitung der entsprechenden Grenzflächenbedingungen. (Erfordert Kenntnis der Krümmung einer Fläche)

Phase 4: Schwache Formulierung des Problems

Verschiedene Möglichkeiten, z.B. in Enthalpie-Formulierung, als Variationsungleichung etc.

Phase 5: Eine kleine technische Anwendung

Simulation

Literatur:

R. M. Temam, A. M. Miranville: Mathematical Modeling in Continuum Mechanics
C. Eck, H. Garcke, P. Knabner: Mathematische Modellierung

Ansprechpartner:

Martin Höpker, Raum: MZH 2285, email: hoepker@math.uni-bremen.de
Michael Böhm, Raum: MZH 2280, email: bohm@math.uni-bremen.de

2. Festkörper und Flüssigkeiten

Beschreibung der Bewegung von Festkörpern

Bilanzgleichungen für Masse, Impuls usw.

Invarianzprinzipien (z.B. Materielle Objektivität)

Materialtheorien

Mögliche Erweiterungen:

z.B. Kontinua mit singulären Flächen (z.B. Komposite)

3. Fourier-Reihen, Fourier-Transformation und Anwendungen

Standard-Fourier-Reihen und wichtige Eigenschaften

Separationsmethode und Anwendung auf partielle Differentialgleichungen (z.B. Wärmeleitungsgleichung) dabei ggf. Anknüpfung an Themen aus dem Proseminar Modellierung im 4. Semester

Mögliche Erweiterung: Separationsmethode in Zylinder- und Kugelkoordinaten mit Anwendungen

Definition und wichtige Eigenschaften der Fourier-Transformation

Raum der schnell fallenden Funktionen

Anwendung der Fourier-Methode auf die Cauchy-Aufgabe für die Wärmeleitung

4. Variationsrechnung

Typische Beispiele (z.B. kürzeste Verbindung oder kürzeste Zeit [Brachystochrone])

Formulierung von Variationsaufgaben, die auf gewöhnliche Differentialgleichungen führen

Gateaux-Ableitung und Eulersche Gleichung

Notwendige und hinreichende Kriterien für Extrema

5. Mittelungen

Mittelungen von Operatoren und Gleichungen

Anwendungen auf Verkehrssteuerung und Teilchensysteme

Ansprechpartner:

Michael Böhm, Raum: MZH 2280, email: bohm@math.uni-bremen.de
Michael Wolff, Raum: MZH 2300, email: mwolff@math.uni-bremen.de