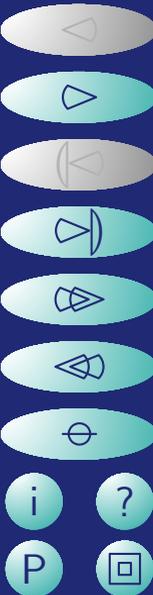


Sind Lie Gruppen eine geeignete Therapie für Menschen mit Schlafstörungen?

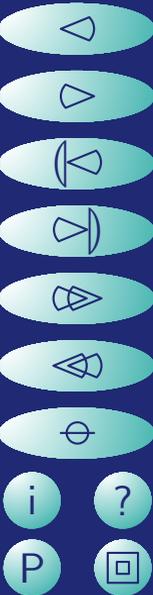
Are lie groups a suitable therapy for patients with sleeping disorders?

Wolfgang Ring

Institut für Mathematik, Universität Graz



Titel = Witz!

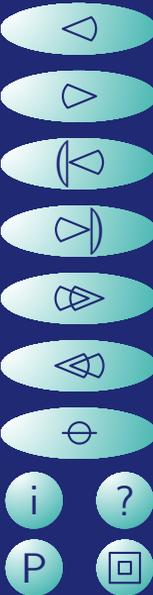


Titel = Witz!

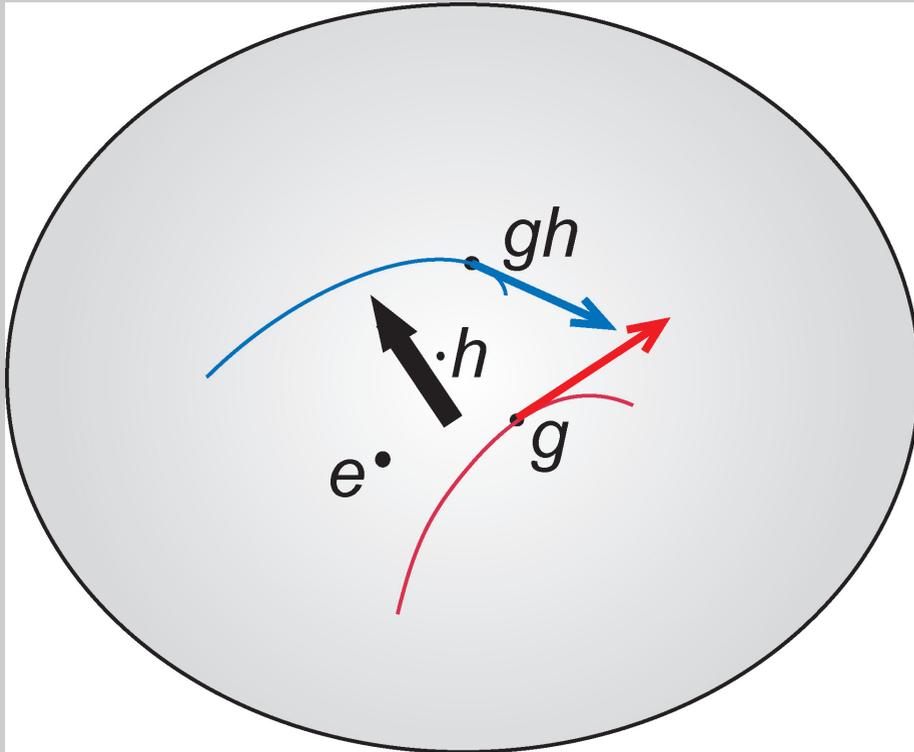
- lie groups = Lieegruppen
- Lie Gruppen = unbekannte Wesen
- Lie Gruppen = interessante Objekte

It is impossible to overestimate the importance of Lie's contribution to modern science and mathematics [P. OLVER]

Lie Gruppe = Gruppe & differenzierbare Mannigfaltigkeit

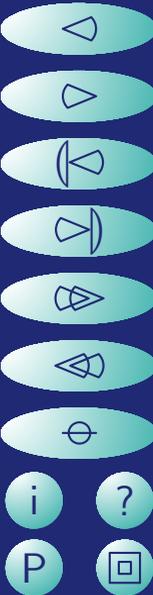


Lie Gruppe = Gruppe & differenzierbare Mannigfaltigkeit

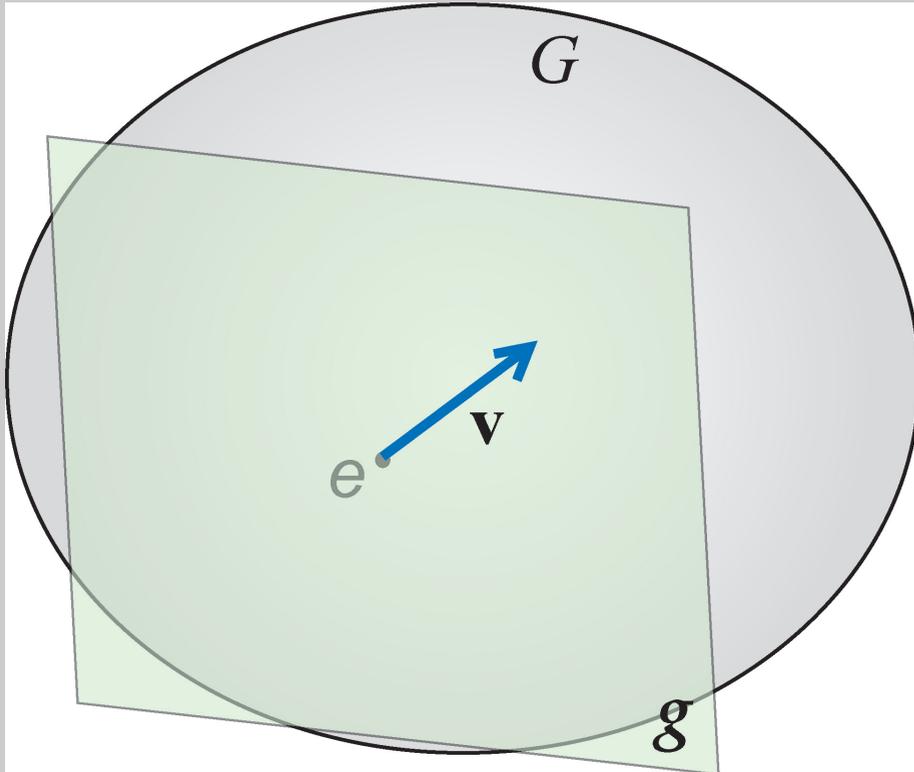


- Dimension von G = Anzahl der Parameter
- Tangentialvektoren = Geschwindigkeitsvektoren von Kurven
- Beispiel = kontinuierliche Matrixgruppen (Drehungen um nicht-diskrete Winkel)

Lie Algebra = Tangentialraum in e = Menge einparametrischer Untergruppen

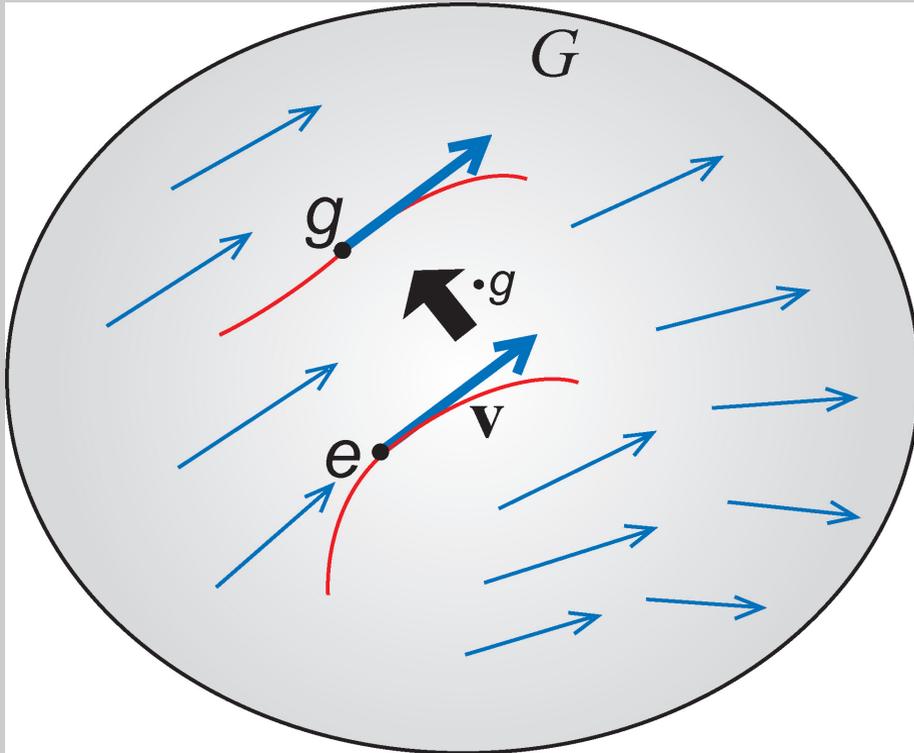


Lie Algebra = Tangentialraum in e = Menge einparametrischer Untergruppen



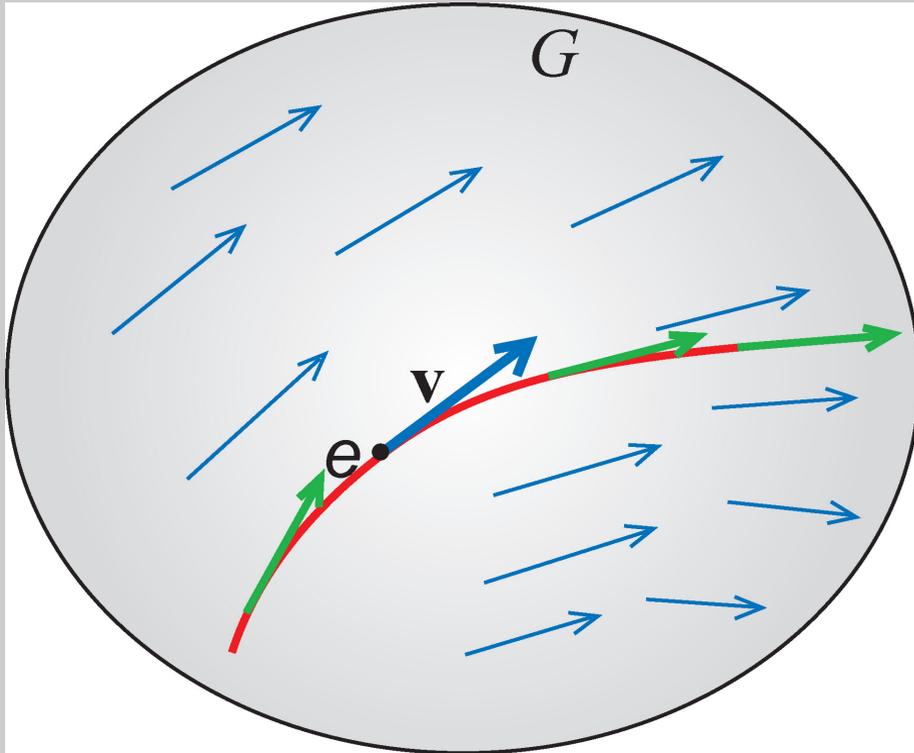
- Infinitesimaler Generator = Erzeugendes Vektorfeld der einparametrischen Untergruppe
- Exponentialabbildung = Korrespondenz zwischen Lie Algebra und Lie Gruppe
- Exponentialabbildung = lokal invertierbar

Lie Algebra = Tangentialraum in e = Menge einparametrischer Untergruppen



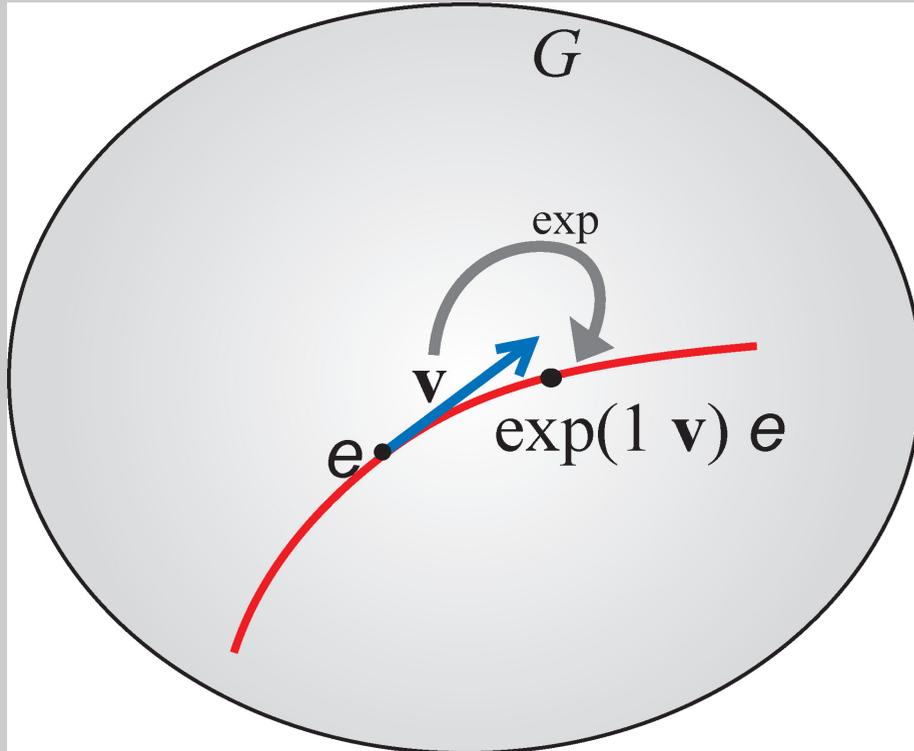
- Infinitesimaler Generator = Erzeugendes Vektorfeld der einparametrischen Untergruppe
- Exponentialabbildung = Korrespondenz zwischen Lie Algebra und Lie Gruppe
- Exponentialabbildung = lokal invertierbar

Lie Algebra = Tangentialraum in e = Menge einparametrischer Untergruppen



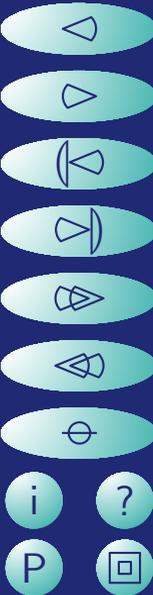
- Infinitesimaler Generator = Erzeugendes Vektorfeld der einparametrischen Untergruppe
- Exponentialabbildung = Korrespondenz zwischen Lie Algebra und Lie Gruppe
- Exponentialabbildung = lokal invertierbar

Lie Algebra = Tangentialraum in e = Menge einparametrischer Untergruppen

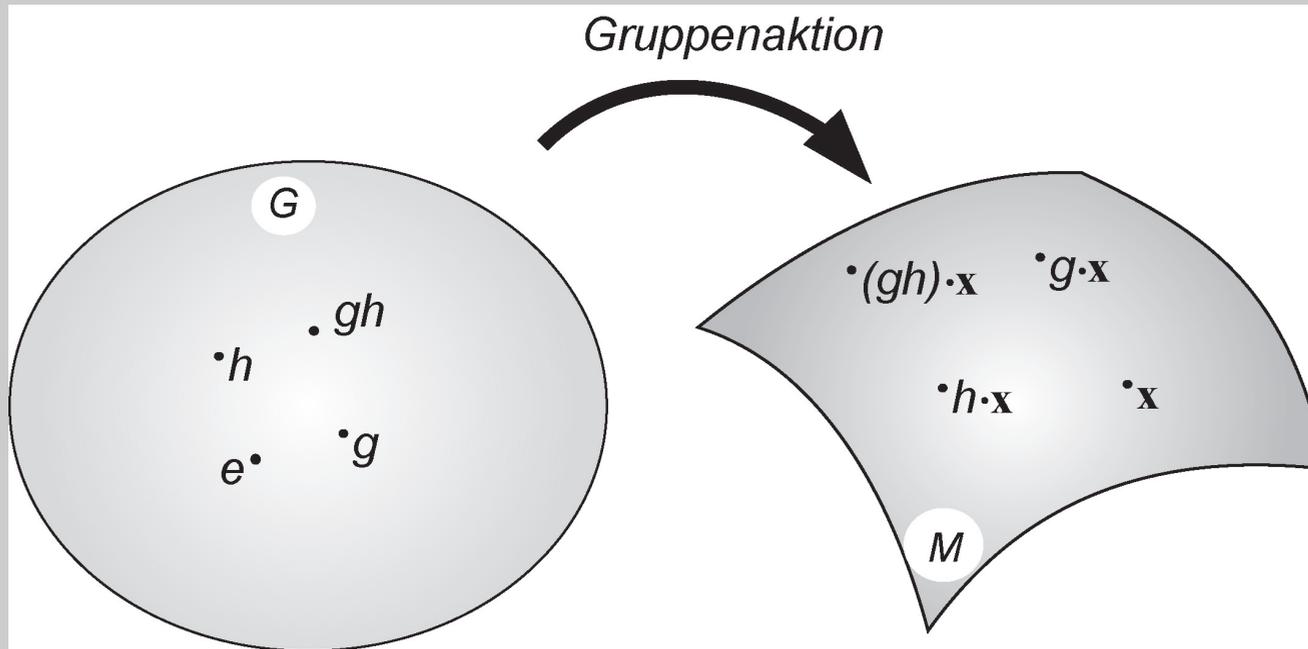


- Infinitesimaler Generator = Erzeugendes Vektorfeld der einparametrischen Untergruppe
- Exponentialabbildung = Korrespondenz zwischen Lie Algebra und Lie Gruppe
- Exponentialabbildung = lokal invertierbar

Gruppenaktion = Gruppe von Transformation + transformierte Objekte

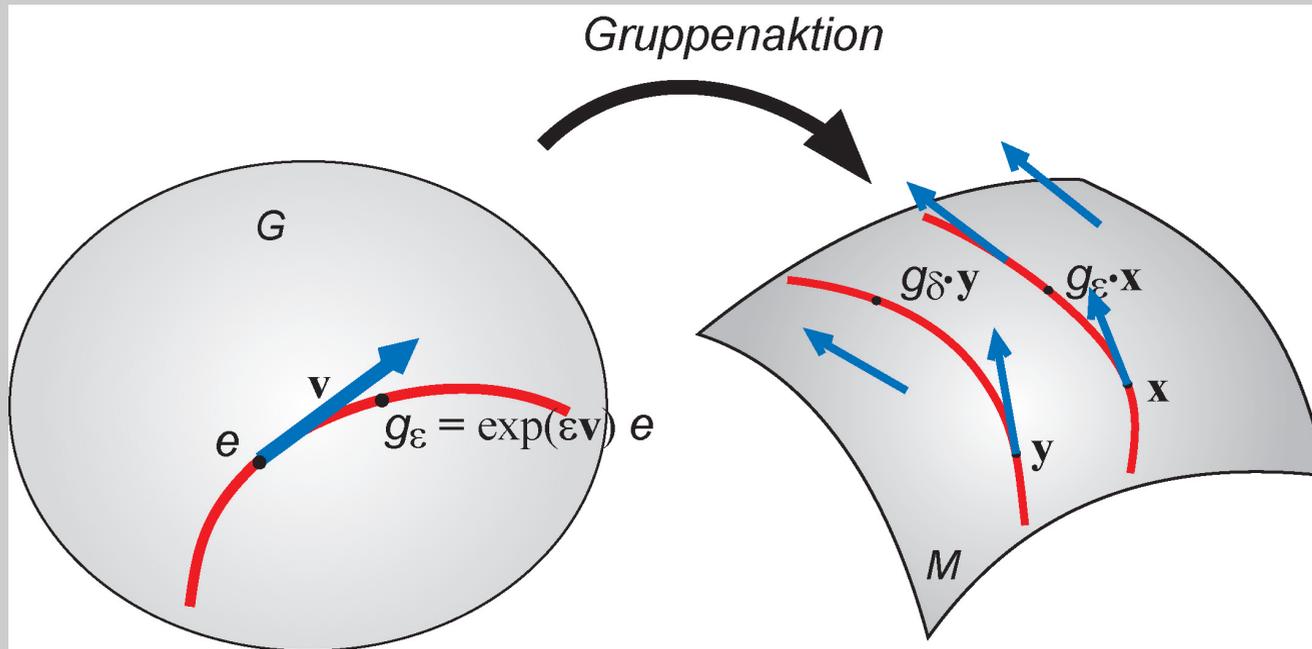


Gruppenaktion = Gruppe von Transformation + transformierte Objekte



- Transformation = verträglich mit Gruppenmultiplikation
- Multiplikation mit fixem Gruppenelement = Invertierbare Transformation auf M
- Einparametrische Untergruppe von G = Fluss auf M

Gruppenaktion = Gruppe von Transformation + transformierte Objekte

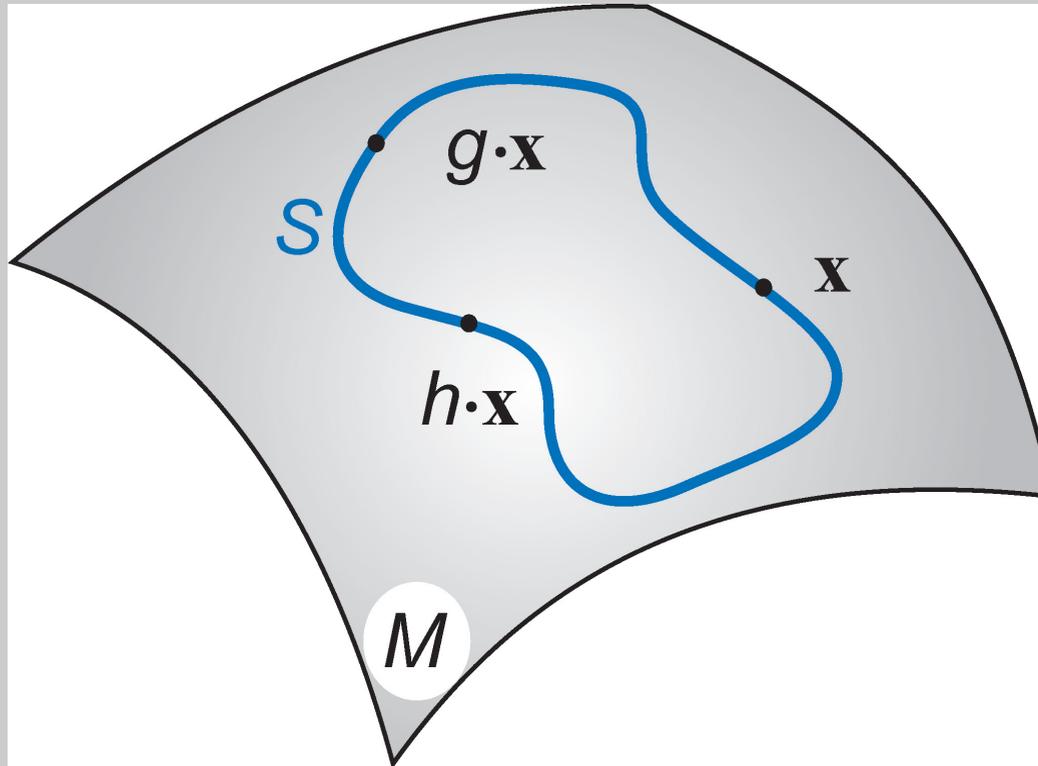


- Transformation = verträglich mit Gruppenmultiplikation
- Multiplikation mit fixem Gruppenelement = Invertierbare Transformation auf M
- Einparametrische Untergruppe von G = Fluss auf M

Invarianz = infinitesimale Invarianz

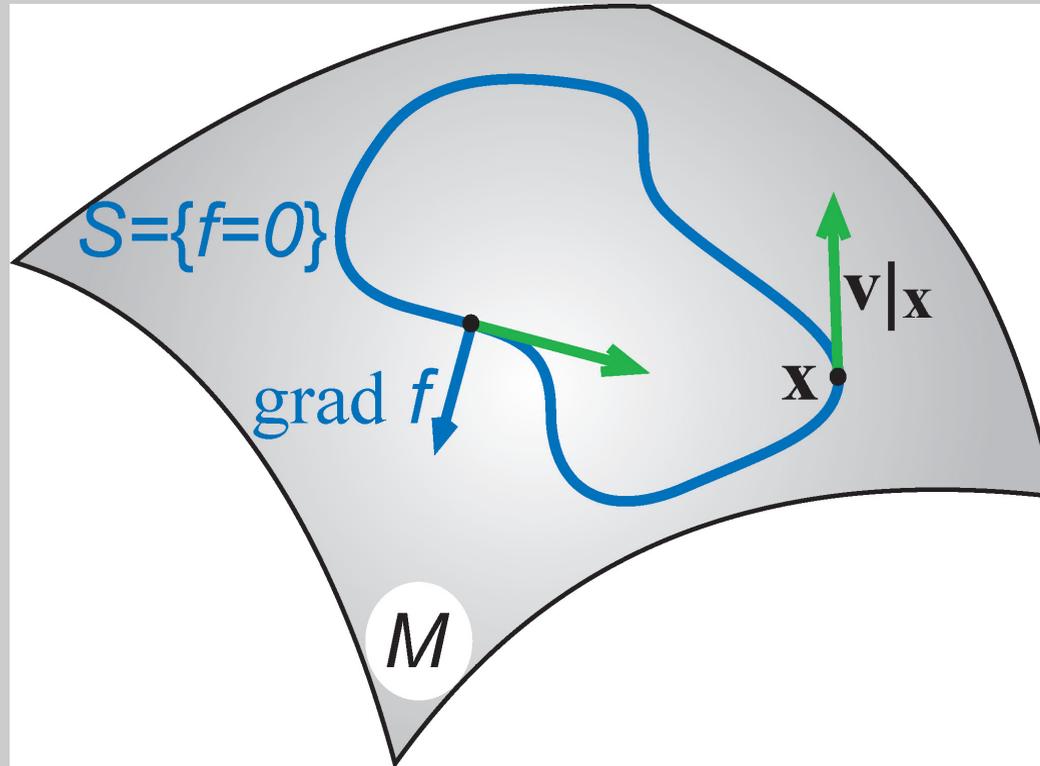


Invarianz = infinitesimale Invarianz



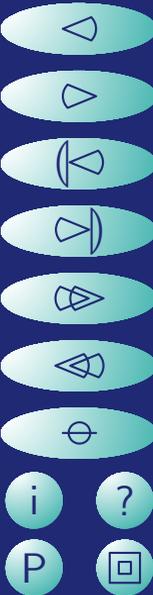
- Invariante Menge = Menge die durch Gruppenaktion nicht verändert wird
- Invarianz = Infinitesimale Generatoren sind tangential
- Invarianz = Durch Lie-Algebra überprüfbar

Invarianz = infinitesimale Invarianz

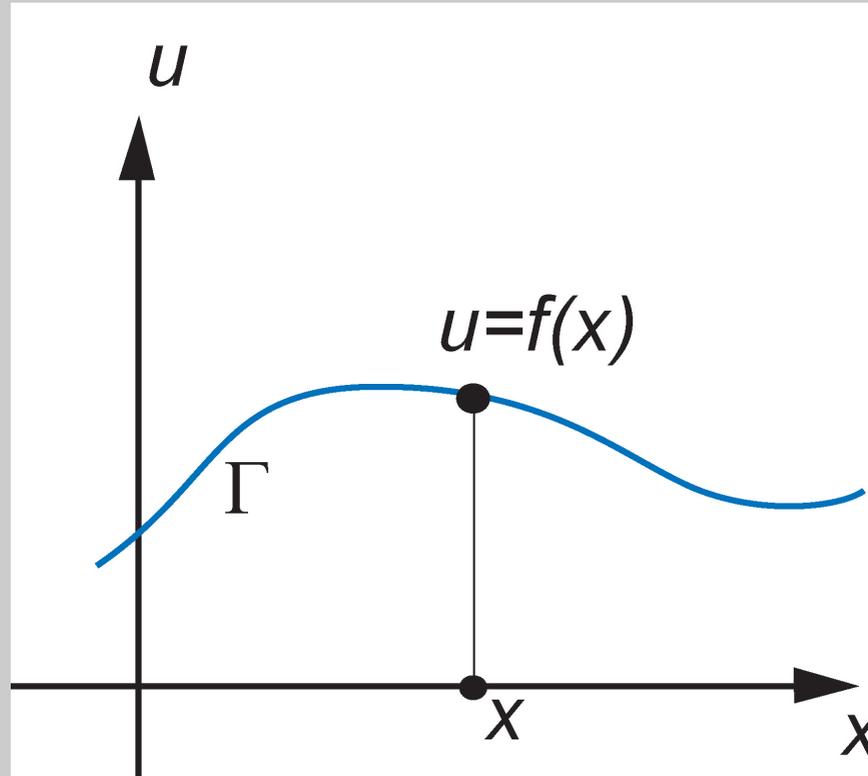


- Invariante Menge = Menge die durch Gruppenaktion nicht verändert wird
- Invarianz = Infinitesimale Generatoren sind tangential
- Invarianz = Durch Lie-Algebra überprüfbar

Differenzialgleichung = Graph im 'jet space'

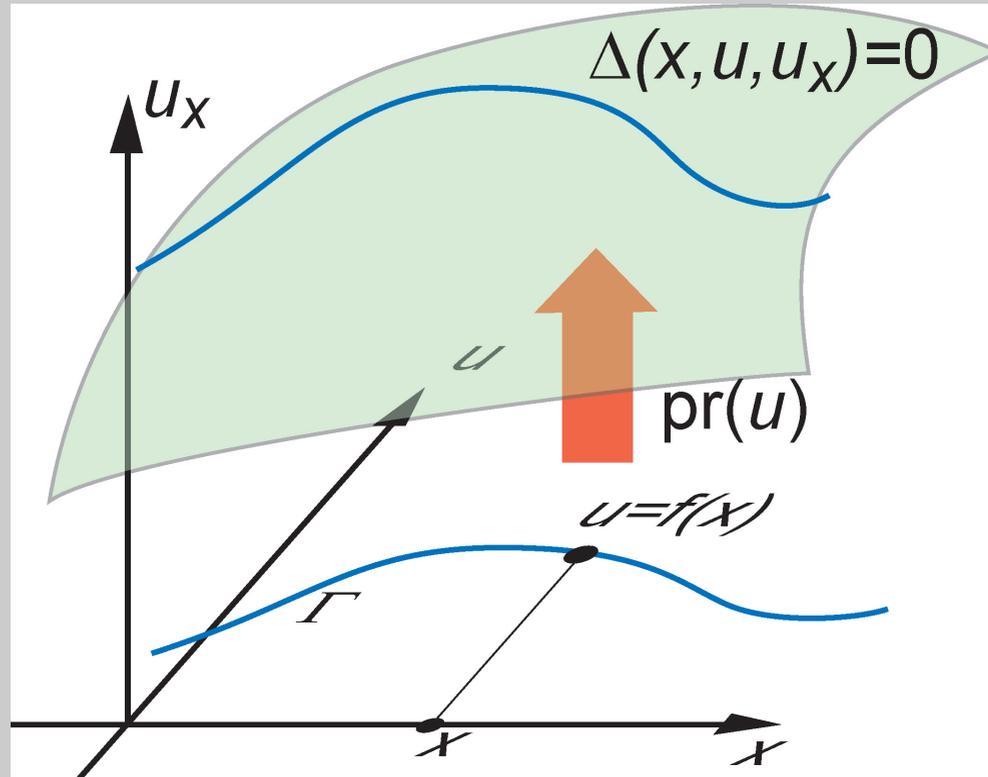


Differenzialgleichung = Graph im 'jet space'



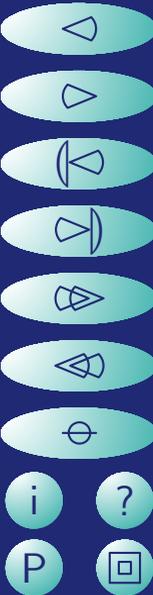
- Funktion = Graph der Funktion (Menge)
- Differenzialgleichung = implizit definierte Mannigfaltigkeit im 'jet space'
- Lösung der Differenzialgleichung = Prolongation liegt auf der Mannigfaltigkeit

Differenzialgleichung = Graph im 'jet space'

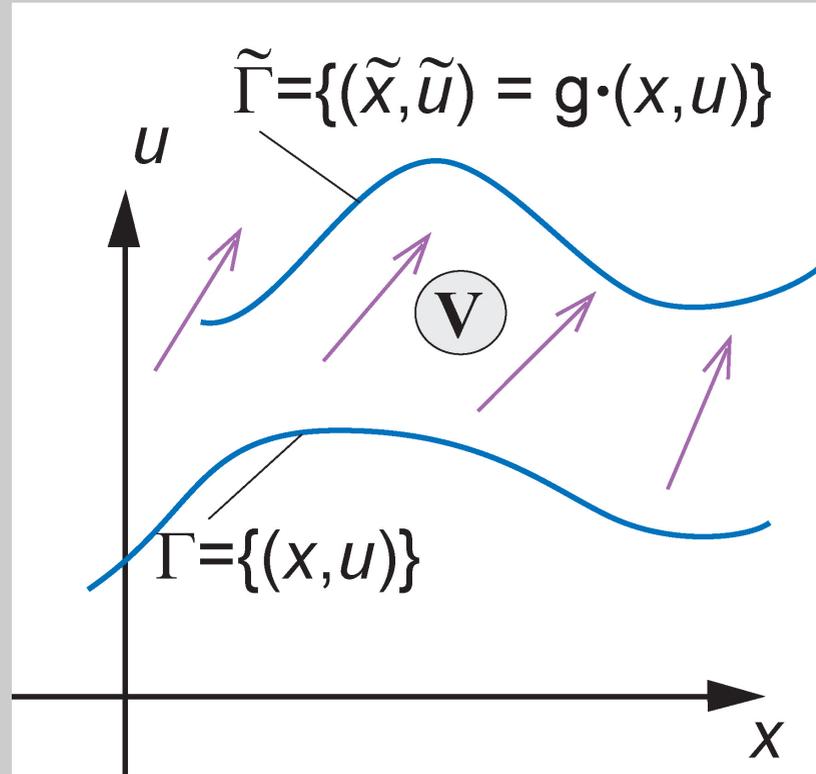


- Funktion = Graph der Funktion (Menge)
- Differenzialgleichung = implizit definierte Mannigfaltigkeit im 'jet space'
- Lösung der Differenzialgleichung = Prolongation liegt auf der Mannigfaltigkeit

Invarianz einer Dgl = infinitesimale Invarianz im 'jet space'

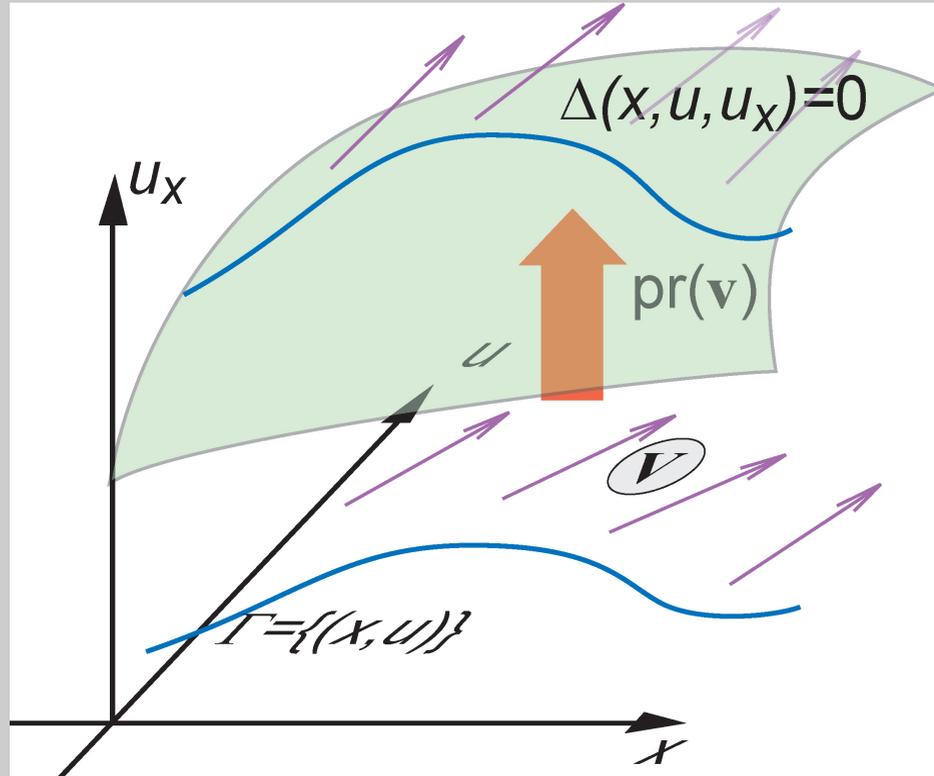


Invarianz einer Dgl = infinitesimale Invarianz im 'jet space'



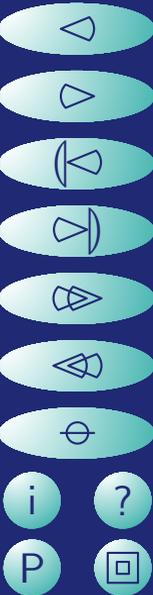
- Invarianz der Dgl = Invarianz des Graphen
- Inf. Gen. im jet space = Prolongation eines infinitesimalen Gen.
- Invarianz der Differentialgleichung = Prolongierter Generator ist tangential zur Dgl im jet space

Invarianz einer Dgl = infinitesimale Invarianz im 'jet space'



- Invarianz der Dgl = Invarianz des Graphen
- Inf. Gen. im jet space = Prolongation eines inf. Generators
- Invarianz der Dgl = Prolongierter Generator ist tangential zur Dgl im jet space

Weiteres Wissenswertes:



Weiteres Wissenswertes:

- Symmetriegruppe einer Differenzialgleichung
= Konstruktionsprinzip für Lösungen
- Für gewöhnliche Differenzialgleichungen: Symmetrie = Lösung
durch Integration
- Darstellungstheorie = Konstruktion aller Lösungen einer li-
nearen Differenzialgleichung
- Erhaltungsgrößen und Symmetrien = Satz von Noether