Zentrum für Technomathematik
Fachbereich 3 – Mathematik und Informatik

Mathematische Modelle zur Realisierung repräsentativer Bauschuttprobennahmen und ihre Überprüfung in der Praxis

Werner Wosniok, Hakan Aycil,
Jens-J. Lau, Ronald Stöver

Report 06–08

Berichte aus der Technomathematik

Report 06–08 Dezember 2006

Forschungsvorhaben FV 165

Mathematische Modelle zur Realisierung repräsentativer Bauschuttprobennahmen und ihre Überprüfung in der Praxis

---

Abschlussbericht

Fassung vom 21.12.2006

Werner Wosniok[1], Hakan Aycil[2], Jens-J. Lau[3], Ronald Stöver[4]

Gefördert durch
Land Bremen, Ökologiefonds / Förderprogramm Angewandte Umweltforschung

Antragsteller

Name	Prof. Dr. Peter Maaß Prof. Dr. Dr. h.c. Jürgen Timm
Institut / Fachbereich	Universität Bremen Zentrum für Technomathematik, Fachbereich 3 Institut für Statistik, Fachbereich 3

Kooperationspartner

a) Forschungsvereinigung Recycling und Wertstoffverwertung im Bauwesen e.V. (RWB)
b) Amtliche Materialprüfungsanstalt Bremen (MPA)

Laufzeit des Projekts: 01.02.2005 – 01.02.2006

---

[1] Institut für Statistik, Universität Bremen
[2] Amtliche Materialprüfungsanstalt Bremen
[3] Amtliche Materialprüfungsanstalt Bremen und Forschungsvereinigung Recycling und Wertstoffverwertung im Bauwesen e.V.
[4] Zentrum für Technomathematik, Universität Bremen

Inhaltsverzeichnis

1.	**Zusammenfassung der wesentlichen Projektergebnisse**	4
1.1.	Hintergrund	4
1.2.	Ziel	4
1.3.	Ergebnis	5
2.	**Angaben zur Durchführung des Projekts**	6
3.	**Darstellung der Projektarbeit**	7
3.1.	Ausgangssituation	7
3.2.	Projektziel	8
3.3.	Ausgangshypothesen	9
3.4.	Methodisches Vorgehen und Arbeitsschritte	10
3.4.1.	Spezifizierung des Problems, Genauigkeitsforderungen	10
3.4.2.	Abschätzung der Fehler bei Untersuchung einer vorliegenden Probe	11
3.4.3.	Entscheidung über die Technik der Probennahme, Auswahl der Probenorte innerhalb einer Halde und Stichprobengröße für das Musterhalden-Experiment	12
3.4.4.	Analyse des Materials für die Musterhalde und Planung der Musterhalde	14
3.4.5.	Aufbau und Probennahme an der Musterhalde	16
3.4.6.	Auszählung der Proben	17
3.4.7.	Bewertung der Ergebnisse	18
3.4.8.	Folgerungen, Ausblick	19
4.	**Zusammenfassung der Projektergebnisse**	21
4.1.	Projektziel und erzieltes Ergebnis	22
4.2.	Bewertung der Umwelteffekte	22
4.3.	Regionalbezug, wissenschaftlicher Stellenwert des geförderten Projekts im Kontext der Institutsarbeit	22
4.4.	Perspektivische Bewertung des Projekts / der Projektergebnisse / Umsetzung der Projektergebnisse in die wirtschaftliche Praxis	23
4.5.	Relevanz des geförderten Projekts für die Einwerbung von Drittmitteln	23
4.6.	Veröffentlichung der Projektergebnisse	24
	Tabellen	25
	Zitierte Veröffentlichungen	33

1. Zusammenfassung der wesentlichen Projektergebnisse

1.1. Hintergrund

Die Zusammensetzung einer Baustoffhalde wird beschrieben durch die Art des die Halde bildenden Materials und, soweit dieses in Körnern vorliegt, die Verteilung der Korngrößen für jedes Material. Soll die Zusammensetzung einer Halde auf Grundlage einer Stichprobe bestimmt werden, so sind Abweichungen zwischen den aus der Stichprobe ermittelten und den wahren Werten der Halde zu erwarten, und zwar sowohl hinsichtlich der Anteile der einzelnen Materialien wie auch der dazugehörigen Größenverteilungen. Eine Stichprobennahme sollte so angelegt sein, dass beide Fehler mit vorgegebener Sicherheit unter den für sie vorgegebenen und als akzeptabel erachteten Grenzen liegen. Diese Grenzen können praktisch ausgedrückt werden als akzeptable Differenz zwischen dem wahren und dem aus der Halde ermittelten Prozentsatz, den Objekte eines bestimmten Materials und einer bestimmten Korngröße an der Gesamtzahl aller Objekte in der Halde ausmachen. Damit ergibt sich als erste Frage bei der Planung einer Stichprobe zur Bestimmung der Haldenzusammensetzung, wie viele Objekte zu untersuchen sind, damit der Fehler beim Schluss von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit mit der gewünschten Sicherheit im akzeptablen Rahmen bleibt.

Die zweite Frage im Rahmen der Stichprobenplanung bezieht sich auf den technischen Vorgang der Stichprobennahme, nämlich darauf, an welchen Positionen der Halde die Stichprobe oder eventuelle Teilstichproben zu nehmen ist bzw. zu nehmen sind. Im Allgemeinen wird eine Halde nicht gut durchmischt sein, sondern gemäß der Historie ihrer Entstehung ein gewisses Maß an Inhomogenität aufweisen. Dabei ist unter Inhomogenität zu verstehen, dass bestimmte Materialien oder bestimmte Korngrößen an einigen Stellen mit hohem, an anderen mit niedrigem Anteil vertreten sind. Dieser Umstand muss bei der Probennahme berücksichtigt werden. Das kann entweder durch Probennahme an genügend vielen verschiedenen Orten oder durch Beseitigen der Inhomogenität durch Durchmischen der Halde vor der Probennahme erreicht werden. In beiden Fällen würde die Inhomogenität der Halde so in der resultierenden Stichprobe abgebildet, dass keine verzerrten Schlussfolgerungen entstehen.

Beide Wege sind jedoch mit praktischen Schwierigkeiten behaftet: das Durchmischen einer Halde, um die erwünschte Homogenität herbeizuführen, bedeutet einen ökonomisch kaum akzeptablen Aufwand. Eine Halde im Ausgangszustand kann dagegen in sehr verschiedener Weise inhomogen sein. Um eine Stichprobennahme ideal auf Inhomogenität abzustimmen, müsste die Art der Inhomogenität bekannt sein, was in der Realität kaum der Fall ist.

Ohne Abstimmung auf eine vermutete Inhomogenität bleibt als einzige Möglichkeit die Erhebung von sehr vielen kleinen Stichproben, die räumlich über die Gesamtheit der Halde verteilt sein müssen, dem Prinzip folgend, dass alle Objekte in der Halde die gleiche Chance haben müssen, in die Probe zu gelangen. Es ist klar, dass eine repräsentative Stichprobe aus einer Halde nicht erreicht werden kann, wenn wesentliche Anteile der Halde der Beprobung nicht zugänglich sind.

1.2. Ziel

Die hier vorgelegte Studie hatte das Ziel, die Berechnung von notwendigen Stichprobenumfängen darzulegen, die notwendige Anpassung von Standardverfahren dieser Berechnung an die speziellen Bedingungen von inhomogenen Baustoffhalden durchzuführen und die theoretischen Entwicklungen mit einem realen Experiment zu überprüfen.

1.3. Ergebnis

Im Rahmen der Vorüberlegungen wurde eine breite Palette von potentiellen Fehlerquellen im Rahmen der Probennahme auf ihre Bedeutsamkeit überprüft: Fehler in der Identifikation der Haldenbestandteile, Fehler im Zählprozess, Verfälschung der Auswertung durch Siebeffekte, Verzerrung durch Sickereffekte innerhalb der Halde. Diese Einflussgrößen erwiesen sich als vergleichsweise wenig effektvoll gegenüber der Inhomogenität des Haldenmaterials selbst, welches selbst bei vergleichbarer, durch Sieben bestimmter Korngröße noch erhebliche Größenunterschiede aufwies.

Die festgestellte große Streuung in der Größe von Körnern innerhalb einer Korngrößenklasse bedeutet, dass Standardverfahren der Stichprobenumfangsberechnung, die Homogenität wenigstens innerhalb einer Größenklasse unterstellen, nicht angemessen sind. An ihre Stelle müssen Verfahren treten, die die reale Inhomogenität berücksichtigen. Ein Poisson-Ansatz mit einem Parameter für Überdispersion ist eine geeignete Grundlage für die Berechnung von notwendigen Stichprobenumfängen. Die praktische Berechnung erfordert als Vorbereitung eine Pilot-Stichprobe, mit deren Hilfe die Inhomogenität des Materials quantifiziert wird.

Herausragende Fehlerquelle bei der Stichprobennahme aus einer Halde ist jedoch die ungleichmäßige räumliche Anordnung des Materials innerhalb einer Halde. Dieser Ungleichmäßigkeit kann und muss durch verteilte Probennahme begegnet werden, wie durch den Modellversuch des Projekts bestätigt wurde. Je ungleichmäßiger die Verteilung des Materials, desto dichter muss das Netz der Probennahmeorte den Haldenkörper durchziehen. Zur Frage, wie dicht dieses Netz sein muss, wurde im Rahmen des Vorhabens ein methodischer Ansatz formuliert, der in einem Zwei-Schritt-Verfahren eine Verknüpfung zwischen der räumlichen Inhomogenität einer Halde und dem für ihre Beprobung notwendigen Aufwand herstellt. Der Grundgedanke ist dabei, die (Un-) Gleichmäßigkeit der räumlichen Anordnung aus einer ersten kleinen Stichprobe heraus zu quantifizieren, etwa durch ein Ordnungsmaß wie die Entropie, und das Ausmaß der eigentlichen Stichprobennahme durch den erfassten Entropiewert zu steuern.

2. Angaben zur Durchführung des Projekts

Nur zur internen Verwendung.

3. Darstellung der Projektarbeit

3.1. Ausgangssituation

Bei der Beantwortung der Frage nach der Wiederverwertbarkeit jeglichen Abfalls ist entscheidend, inwieweit die tatsächliche Qualität der vorliegenden Stoffe realistisch beurteilt werden kann. Das hier diskutierte Projekt bezieht sich speziell auf die in erheblichen Mengen anfallenden Bauabfälle (von ca. 440 Mio. t Abfall/Jahr entfallen ca. 250 Mio t. auf Bauabfälle). Als Beurteilungskriterien für Baureststoffe werden dabei einerseits bautechnische Parameter zur Überprüfung der technischen Eignung herangezogen. Andererseits ist ein mindestens ebenso wichtiges Kriterium die Umweltverträglichkeit, weil gebrauchte Baustoffe aufgrund ihrer Nutzung Schadstoffe enthalten können, die bei einem Wiedereinbau Mensch, Natur und Umwelt schädigen können.

Das vorliegende Projekt hat Einstiegscharakter in eine überaus komplexe Materie. Es wurde daher in einem ersten Schritt als Beurteilungskriterium lediglich die so genannte stoffliche Zusammensetzung (welche allerdings auch nach Norm gefordert wird) herangezogen. In weitergehenden Folgeprojekten können später auch umweltrelevante Parameter berücksichtigt werden (s.u.). Die Erfassung der Umweltparameter ist chemisch-analytisch jedoch mit einem erheblich höheren Aufwand verbunden; hier kommt hinzu, dass z.B. durch Agglomeratbildungen (u.a. bei polyzyklischen aromatischen Kohlenwasserstoffen – PAK) eine gegenüber der stofflichen Zusammensetzung kompliziertere Verteilung der Schadstoffe gegeben ist. Die mathematisch-statistische Modellierung wird damit deutlich schwieriger und hätte den Rahmen eines Einstiegsprojektes gesprengt.

Um Bauabfälle entsprechend den genannten Kriterien überprüfen und beurteilen zu können, müssen aus großen Haufwerken Proben genommen werden, die anschließend in einem Labor im Hinblick auf seine Zusammensetzung geprüft bzw. analysiert werden. Das Ergebnis dieser Untersuchung muss die Zusammensetzung des gesamten beprobten Guts hinreichend genau beschreiben, um Basis der Verwertungsentscheidung sein zu können. Es ist also eine repräsentative Beprobung notwendig, deren Resultat eine Probe ist, die die wahren Verhältnisse widerspiegelt. Nur wenn eine repräsentative Beprobung stattfindet, kann aus dem Ergebnis eine gesicherte Qualitätsbeurteilung des gesamten beprobten Gutes erfolgen. Gelingt dies nicht, so sind die Beprobung und die auf ihr basierende Prüfung/Analyse wertlos. Gelangt Material, beurteilt aus einer nicht-repräsentativen Beprobung, zum Wiedereinsatz, so sind die Folgen in beiderlei Hinsicht (Bautechnik und Umweltverträglichkeit) fatal: Wurde das Material „zu gut“ beurteilt, sind Folgeschäden in bautechnischer und umweltgefährdender Sicht zu erwarten. Wurde das Material „zu schlecht“ beurteilt, so wird ein Wiedereinbau unrechtmäßig verhindert, das Material muss teuer deponiert werden – mit den entsprechenden negativen wirtschaftlichen und ökologischen Konsequenzen.

Einen Idealfall einer repräsentativen Beprobung stellt die Wasseranalyse z.B. in einem Schwimmbad dar: Da eine homogene, gleichmäßige Verteilung sämtlicher gelöster Stoffe nach einer entsprechenden Verweilzeit angenommen werden kann, ist in jeder entnommenen Teilprobe abgesehen von Abweichungen, die sich z.B. aus dem Messverfahren ergeben (Messunsicherheit), mit ähnlichen Ergebnissen zu rechnen. Mittelwerte mehrerer Simultanbestimmungen kommen dem „wahren“ Wert nahe. Ähnlich, wenn auch bereits komplizierter, verhält es sich für homogene Schüttgüter wie Zement, Sand, Getreide etc..

Beim Bauschutt liegt das Problem darin, dass zur Beprobung häufig große Halden von einigen 1000 m^3 eines inhomogenen Schüttgutes vorliegen, wobei in der Regel nichts über die Art der Inhomogenität bekannt ist. Die allgemein in Normen und Richtlinien beschriebenen Probennahmetechniken können hier nur bedingt oder überhaupt nicht angewendet werden. Es stellt sich die Frage, ob, wie und mit welchen Fehlerbereichen inhomogene Schüttgüter wie Bauschutthalden zu beproben sind, ob also überhaupt repräsentative Proben erreicht werden können. Dabei ist zu definieren, was unter „Repräsentativität" verstanden werden soll. Die exakte Festlegung, welche Abweichung zwischen den Resultaten einer Probennahme und der wahren Situation als akzeptabel hingenommen werden kann, ist für die Beprobung von Bauschutt bisher unklar, ebenso wie die Festlegung, welche Wahrscheinlichkeiten für Fehlentscheidungen (eine vorhandene Abweichung von einer Soll-Beschaffenheit nicht zu erkennen bzw. das Vorliegen einer solchen fälschlich zu behaupten) zu akzeptieren sind.

Fehlentscheidungen können als Folge einer unvorteilhaften Probennahme wie auch als Folge von Fehlern im anschließenden Analyseprozess entstehen. Die Erfahrung der letzten Jahre (allerdings bisher ohne wissenschaftlichen Nachweis) hat gezeigt, dass Messunsicherheiten aus der Labor- und Analysetechnik um ein Mehrfaches von den Unsicherheiten der Probennahme übertroffen werden. Deswegen ist repräsentative Beprobung auf Grundlage von Genauigkeitsforderungen, die noch zu definieren sind, eine entscheidende Grundlage für die Beurteilung von Bauabfällen und damit für die Güte ihrer Verwertung.

Das Vorhaben berührt einen bisher sehr kontrovers diskutierten Bereich der Baustoffaufbereitung. Waren – wie in einem anderen RWB-Projekt bereits nachgewiesen – bei homogenisierten, künstlich kontaminierten Bauschuttproben die Vergleichsstandardabweichungen in einem verdeckten Ringversuch mit 25 Laboratorien schon erheblich, was Zweifel an der Eignung der Labore bzw. der zugrunde gelegten Analysevorschriften begründet, so ist zu erwarten, dass die Streuungen um ein Vielfaches höher ausfallen, wenn der Einfluss der Probennahme an inhomogenen Bauschutthalden hinzukommt.

3.2. Projektziel

Gegenstand des Projekts war die Untersuchung der Frage, ob und inwieweit es gelingt, von einem inhomogenen Bauschutt-Haufwerk Proben zu gewinnen, die einen verlässlichen Rückschluss auf die Gesamtheit der Halde ermöglichen. Zu diesem Zweck waren sowohl

- die Technik der Probennahme wie auch
- der Umfang der Probe

abzuwägen. Eine Entscheidung über einen notwendigen Probenumfang erfolgt auf Grundlage der schon angesprochenen Genauigkeitsforderungen, sie verlangt jedoch darüber hinaus unvermeidlich entweder Vorwissen über einige Eigenschaften des zu beprobenden Objekts (Art und räumliche Verteilung der in einer Halde vorhandenen Materialien), oder, wenn dieses nicht vorliegt, Annahmen über diese. Da Vorwissen über eine reale Halde in der Regel nur sehr beschränkt vorliegt, entfällt erhebliches Gewicht auf die Annahmen, die im Rahmen der Stichprobenplanung verwendet werden. Eine typische Annahme ist etwa, dass Materialien innerhalb von Korngrößenklassen so homogen verteilt sind, dass ihre Anzahlen in einem festen Volumen durch eine Poisson-Verteilung modelliert werden kann. Eine ähnliche Annahme ist, dass der Anteil der Körner eines Materials am Gesamtmaterial durch eine Bino-

mial-Verteilung beschrieben werden kann. Nur mit Annahmen dieser Art ist die Planung eines notwendigen Probenumfangs möglich. Die mathematische Natur dieser Annahmen könnte natürlich auch eine andere sein, z.B. in Form der Annahme von Mischverteilungen oder von Verteilungen, deren Parameter (Mittelwert, Streuung) ihrerseits eine Verteilung haben. Wegen der Vielfalt der möglichen Annahmen war es ein zwangsläufiges weiteres Ziel dieses Projekts,

- gängige Modellannahmen der Stichprobenplanung zu überprüfen.

Da die geplanten Untersuchungen und mathematischen Modellierungen in der Praxis kaum möglich sind, weil die „wahre“ Zusammensetzung von Bauschutthalden nie bekannt ist, wurde für dieses Vorhaben eine Musterhalde vorgesehen, die mit gezielter und bekannter Zusammensetzung, jedoch mit realistischen Zufälligkeiten aufzubauen war. Nach entsprechender Beprobung gemäß einer zu entwickelnden Strategie sollte die Repräsentativität der gewonnenen Probe durch Auszählen der Einzelproben und Vergleich mit den bekannten tatsächlichen Verhältnissen überprüft werden.

Die zu untersuchenden Verfahren der Stichprobennahme sollten ökonomischen Erfordernissen Rechnung tragen. Der Schwerpunkt aller Betrachtungen lag daher auf Verfahren, die in der Praxis auch realistisch durchführbar sein würden. Diese Forderung richtet sich sowohl an die Technik der Probennahme wie auch an den Umfang der Beprobung, der maßgeblich von Genauigkeits- und Sicherheitsforderungen bestimmt wird. Als Konsequenz des praktischen Teils dieses Vorhabens sollten mit besonderem Blick auf ökonomische Aspekte

- weitergehende Vorschläge zur effizienten und Güteforderungen einhaltenden Probennahme

formuliert werden.

3.3. Ausgangshypothesen

Dem Vorhaben lagen die folgenden Hypothesen zu Grunde:

- Die Entnahme von Stichprobenmaterial muss gleichmäßig über den gesamten Haldenkörper erfolgen, idealerweise so, dass jedes Objekt der Halde mit gleicher (positiver) Wahrscheinlichkeit in die Stichprobe gelangt. Bei unausgewogener Probennahme ist eine verzerrte, nicht-repräsentative Stichprobe zu erwarten.

- Für die Berechnung der notwendigen Stichprobengröße kann angenommen werden, dass die Anzahl von Objekten einer Korngrößenklasse in einem festgelegten Volumen einer Poisson-Verteilung mit festem Parameter pro Material und Korngrößenklasse folgt. Aus dieser Annahme ergibt sich, dass der Anteil eines Materials / einer Korngröße innerhalb eines Gemischs durch eine Binomial-Verteilung mit festem Parameter beschrieben werden kann, sofern „Anteil“ sich auf die Anzahl Objekte, nicht ihre Masse oder ihr Volumen, bezieht.

3.4. Methodisches Vorgehen und Arbeitsschritte

Das Vorhaben gliederte sich in folgende Phasen:

1) Spezifizierung des Problems, Genauigkeitsforderungen
2) Abschätzung der Fehler bei der Untersuchung einer vorliegenden Probe
3) Entscheidung über die Technik der Probennahme, Auswahl der Probenorte innerhalb einer Halde und Stichprobengröße für das Musterhalden-Experiment
4) Planung und Aufbau der Musterhalde
5) Probennahme an der Musterhalde
6) Auszählung der Proben
7) Bewertung der Ergebnisse
8) Folgerungen, Ausblick

3.4.1. Spezifizierung des Problems, Genauigkeitsforderungen

Im Rahmen des Projektes wurden primär kegelförmige Aufschüttungen (z.B. durch Förderbänder aufgeschichtete Kegel) betrachtet, weil solche Bauschutthalden die in der Praxis am häufigsten vorkommende Form sind. Gleichzeitig stellen sie für die praktische Beprobung die größte Herausforderung dar, weil das Innere großer Halden nur mit hohem Aufwand zugänglich gemacht werden kann. Gleichzeitig geht die Entstehung eines Kegels mit der Gefahr einher, dass in jeder Phase der Anhäufung ein anderes Material aufgeschüttet wird, so dass am Ende ein extrem strukturiertes Gebilde entsteht, dem diese Eigenschaft von außen nicht anzusehen ist und die auch nur aufgedeckt werden kann, wenn der Kegel umgeordnet wird. Es ist klar, dass große und stark strukturierte Halden, die ohne hohen Aufwand nur in geringer Tiefe beprobt werden können, extrem große Fehlermöglichkeiten bieten. Es gibt keine Technik einer Probennahme, die sich nur auf einen dünne äußere Schicht der Halde beschränkt, aber dennoch verlässliche Aussagen über die gesamte Halde hervorbringt. Nur wenn angenommen werden kann, dass der zugängliche Bereich der Halde die gleiche Struktur in Bezug auf die Zusammensetzung hinsichtlich Materialien und Korngrößen hat wie der unzugängliche Teil, reicht es aus, die äußere Schicht zu beproben. Anderenfalls muss der technische Aufwand, Proben aus dem Inneren zu entnehmen, akzeptiert werden.

Die Berechnung des notwendigen Stichprobenumfangs wird gesteuert durch die Art des Zielkriteriums (Abweichung hinsichtlich der Anzahl Partikel, hinsichtlich des Volumens oder der Masse von einer Zielvorgabe) und das akzeptierte Ausmaß einer Zufallsfehler bedingten Differenz zwischen wahrem Wert und dem der Stichprobe. Es wurde festgelegt, Abweichungen zunächst hinsichtlich der Anzahl von Körnern, getrennt nach Korngrößenklassen, als Zielkriterium zu verwenden. Da während der Probennahme auch Masse und Volumen der Proben bestimmt wurden, kann bei Bedarf auf andere Größen umgerechnet werden.

Als Beispiel einer realistischen Genauigkeitsforderung wurde zunächst ein relativer Fehler von 10% als akzeptabel festgelegt. Formal: sei p der wahre Anteil (Wert zwischen 0 und 1) der Objekte eines Typs in der Halde, wobei der Typ durch Material und Korngrößenklasse definiert wird, dann wird ein in der Stichprobe vorgefundener Anteil zwischen $0{,}9*p$ und $1{,}1*p$ auf diese Weise als akzeptabel betrachtet. Die Festlegung einer Genauigkeitsforderung durch einen relativen Fehler bekommt allerdings absurde Konsequenzen, wenn p sehr klein ist: auch der akzeptierte Fehler ist dann absolut betrachtet sehr klein und seine Einhaltung erfordert sehr große Stichprobenumfänge. Die Forderung nach einem relativen Fehler von höchstens 10% wurde daher für das gegenwärtige Vorhaben ersetzt durch die Festlegung,

dass ein Fehler als ausreichend klein anzusehen ist, wenn er höchstens 5 Prozentpunkte beträgt. Das bedeutet gleichzeitig, dass der relative Fehler für Anteile $p > 0,45$ weniger als 10% beträgt. Numerische Beispiele für den Zusammenhang zwischen absolutem und relativem Fehler für verschiedene Werte von p sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Für die Berechnung der notwendigen Stichprobengröße muss weiterhin festgelegt werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit der rein zufällige Stichprobenfehler zu einem Messwert außerhalb des akzeptablen Fehlerbereichs führen darf, anders formuliert, mit welcher Sicherheit die Stichprobe einen Wert innerhalb des akzeptablen Bereichs hervorbringen soll, wenn der wahre Wert der Halde p beträgt. Als anzustrebende Sicherheit wurde eine Wahrscheinlichkeit von 95% als Überdeckungswahrscheinlichkeit für das Intervall $(p-0,05; p+0,05)$ festgelegt.

3.4.2. Abschätzung der Fehler bei Untersuchung einer vorliegenden Probe

Die Objekte in einer gewonnenen Probe werden nach Material und Korngröße klassifiziert. Dabei besteht eine Fehlermöglichkeit darin, Materialien zu verwechseln („Zuordnungsfehler“). Die Wahrscheinlichkeit für derartige Verwechslungen wurde durch einen Vorversuch abgeschätzt, bei dem das Material von 603 Objekten durch 2 bzw. 3 Personen erkannt werden musste. In 39 Fällen (6,5 %) ergaben sich unterschiedliche Zuordnungen, in der Mehrzahl zwischen ohnehin schwer trennbaren Materialien wie Beton und Naturstein.

Die Korngröße der identifizierten Materialien wird durch Sieben bestimmt. Objekte desselben Materials werden durch eine Kaskade von Sieben geleitet, wobei einem Objekt als Korngröße die kleinste Sieböffnung zugeordnet wird, die das Objekt passiert hat. Im vorliegenden Projekt wurden Siebweiten von 4, 10, 16 und 32 mm verwendet, woraus die Größenklassen 4-10 mm, 10-16 mm, 16-32 mm und > 32 mm resultieren. Diese werden in den zugehörigen Tabellen mit „4/10“, „10/16“, „16/32“, „>32“ bezeichnet. Der Vorgang des Siebens stellt eine erhebliche mechanische Einwirkung auf das Probenmaterial dar und kann als solche bereits eine Veränderung der Korngröße hervorrufen, vor allem, wenn Material mit geringer Kornfestigkeit wie Porenbetonbruch maschinell mit hoher Frequenz gesiebt wird. Der Messvorgang „Sieben“ hat also das Potential, die Korngrößenverteilung zu verändern. Zu diesem Problem wurde eine Vorstudie durchgeführt, aus der die Konsequenz gezogen wurde, die spätere Auszählung der Haldenprobe so schonend wie möglich, also mit händischem Sieben, durchzuführen.

An dieser Stelle ist darauf hinzuweisen, dass die einem Objekt zugeordnete Korngrößenklasse nur angibt, wie groß der kleinste Durchmesser des Objekts höchstens sein kann. Die Ausdehnung des Objekts in andere Richtungen als die des kleinsten Durchmessers ist damit nicht beschrieben. Sie kann durchaus erheblich anders sein als die Korngrößenklasse vermuten lässt, etwa bei Objekten von stabförmiger Gestalt. Objekte derselben Korngrößenklasse können also sehr unterschiedliche Größe und Masse aufweisen.

Nach der Einteilung von Objekten gemäß Material und Korngrößenklasse werden die Objekte per Hand gezählt. Hier liegt ein Fehlerpotential in der möglichen Ermüdung oder Unaufmerksamkeit der zählenden Personen. In einem Vorversuch ergab sich eine Fehlzählung von 4 unter 5924 Objekten (0,07%).

3.4.3. Entscheidung über die Technik der Probennahme, Auswahl der Probenorte innerhalb einer Halde und Stichprobengröße für das Musterhalden-Experiment

Grundsätzlich gilt, dass die Probennahmeorte den gesamten Raum der Halde gleichmäßig abdecken sollten. Bei großen Halden, die ohne Umlagerung nur beschränkt zugänglich sind, gilt dieses Prinzip für den jeweils zugänglichen Bereich. Damit wird allerdings nur dann eine repräsentative Probe erreicht, wenn eine Halde keine sich „natürlich“ einstellende innere Ordnung hat, etwa durch das systematische Durchsickern kleiner Partikel an den Boden der Halde oder das Herabrollen besonders glatter oder besonders runder Partikel an den Fuß der Halde.

Zur Untersuchung eines möglichen „Sickereffekts“ wurde daher vor Festlegung der Probepositionen für die Modellhalde ein eigener Versuch durchgeführt. Es wurden die Materialien Kalksandstein- (KS), Ziegel- (RS), und Betonbruch (BB) verwendet, da diese Materialien deutlich voneinander zu unterscheiden sind. Von jedem dieser Materialien wurde jeweils eine 1-Liter-Probe der Kornklassen 4/8[5], 8/16 und 16/32 mm entnommen, getrocknet und gewogen. Jedes Material für sich wurde in einen Behälter gegeben und gut durchmischt. Der Versuchsaufbau bestand aus drei Rohrabschnitten. Jeder Abschnitt hatte einen Durchmesser von 125 mm und eine Höhe von 200 mm. Der untere Abschnitt war mit einem Boden versehen. Dieser Rohrabschnitt wurde mit dem Kalksandsteinbruchgemisch befüllt und die Oberfläche mit einem Lineal abgestrichen. Anschließend wurde der mittlere Rohrabschnitt mit Klebeband auf dem unteren Abschnitt fixiert, mit dem Ziegelbruchgemisch gefüllt und die Oberfläche abgestrichen. Der obere Abschnitt wurde mit dem Betonbruchgemisch befüllt. Auch hier erfolgte eine Fixierung mit Klebeband und die Glättung der Oberfläche mit einem Lineal. Die gesamte Versuchsanordnung wurde 30 Minuten lang auf einem Rüttler in Bewegung versetzt. Das Rohr wurde anschließend von oben nach unten abgebaut. Da das Material durch den Verdichtungsvorgang ca. 3 cm abgesackt war, wurde die Trennung der Schichten dementsprechend tiefer vorgenommen. Die Schichtungsgrenzen waren deutlich sichtbar. Es konnte beobachtet werden, dass das Material aus der oben liegenden Schicht lediglich in die Hohlräume der darunter liegenden Schicht bis zu einer Tiefe von ca. 40 mm eingedrungen war. Ein weiteres "Durchsickern" fand nicht statt. Das Material aus den einzelnen Rohrabschnitten wurde durch Sieben in die Körnungen 4/8, 8/16 und 16/32 fraktioniert, nach Materialart aufgeteilt und wiederum gewogen. Beim Siebvorgang konnte ein gewisser Kornabrieb durch die mechanische Beanspruchung festgestellt werden, wodurch eine Verschiebung der Massenanteile in den jeweiligen Kornklassen verursacht wurde. Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind in der Tabelle 2 dargestellt.

Die Probennahme aus der Modellhalde konnte als Folgerung aus dem beschriebenen Sickerversuch nach dem Grundsatz der gleichmäßigen räumlichen Anordnung erfolgen. Bereits bei der bescheidenen Größe der Modellhalde (Volumen rund 6 m^3, Durchmesser am Boden etwa 3,90 m, Höhe etwa 1,50 m) ist es jedoch nicht mehr möglich, Proben aus dem Inneren der Halde zu nehmen, ohne diese umzulagern. Das aber wäre gegen den Sinn des Gesamtvorhabens gewesen, nämlich sich mit Probennahmeverfahren ohne vollständige Umlagerung der Halden auseinanderzusetzen. Folglich konnten nur Proben aus dem Mantel der Halde bis zu einer Eindringtiefe von etwa 0,60 m entnommen werden. Die Orte waren dann im Rahmen der möglichen Eindringtiefe gleichmäßig über verschiedene Bereiche der Halde angeordnet, wie es das Schema in Abbildung 3 zeigt.

[5] Bei dieser Untersuchung wurde Material in anderen Größen (4/8 und 8/16 mm statt 4/10 und 10/16 mm) verwendet.

Die Fallzahlberechnung basiert zunächst, d.h. bevor irgendeine Probe aus der Halde genommen wurde, auf der Annahme, dass die Wahrscheinlichkeit, *k* Objekte eines festen Typs (definiert durch Material und Korngrößenklasse) in einer Stichprobe aus *n* Objekten vorzufinden, durch eine Binomial-Verteilung beschrieben werden kann:

$$\Pr(k \mid n) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k},$$

wobei *p* der wahre, unbekannte und gesuchte Anteil des betrachteten Objekttyps in der Halde ist. Dabei ist *p* als Anteil ausgedrückt ein Wert zwischen 0 und 1, der bei Bedarf durch Multiplikation mit 100 in einen Prozentwert umgerechnet werden kann.

Eine Stichprobe liefert mit

$$\hat{p} = k / n$$

einen Schätzwert für diesen unbekannten Anteil. Die zufallsfehlerbedingte Schwankung dieses Schätzwerts bei der Bestimmung aus verschiedenen (gleich großen) Stichproben wird durch ein Konfidenzintervall beschrieben, wobei ein 95%-Konfidenzintervall das wahre *p* mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% enthält. Die Größe des Konfidenzintervalls hängt von *p* selbst und der Größe *n* der Stichprobe ab. Das Konfidenzintervall wird zur Bestimmung des Stichprobenumfangs herangezogen, der mit der gewünschten Sicherheit, etwa mit den anfangs festgelegten 95%igen Wahrscheinlichkeit zu einem Schätzwert für *p* innerhalb des akzeptierten Fehlerbereichs *(p-0,05; p+0,05)* führt. Für die Berechnung des optimalen (minimalen) Umfangs *n* wäre die Kenntnis des wahren, für die ganze Halde gültigen *p* erforderlich. Dieses ist unbekannt und wird zum Zweck der Stichprobenplanung durch den Wert 0,5 ersetzt, der eine worst case-Situation in dem Sinn beschreibt, dass eine Stichprobenplanung auf Basis der Annahme von *p = 0,5* zum größten *n* führt, das sich im Rahmen der Genauigkeitsforderungen ergeben kann. Ist das wahre *p* ungleich 0,5, so ist die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Stichprobenresultat innerhalb des akzeptablen Bereichs liegt, größer als die bei der Planung verlangte Sicherheit. Abbildung 1 zeigt den Zusammenhang zwischen dem wahren *p*, der Größe des Konfidenzbereichs und der Stichprobengröße. Die Berechnung des Konfidenzintervalls erfolgt mit Standardmethoden (z.B. Sachs, Hedderich 2006, S. 254).

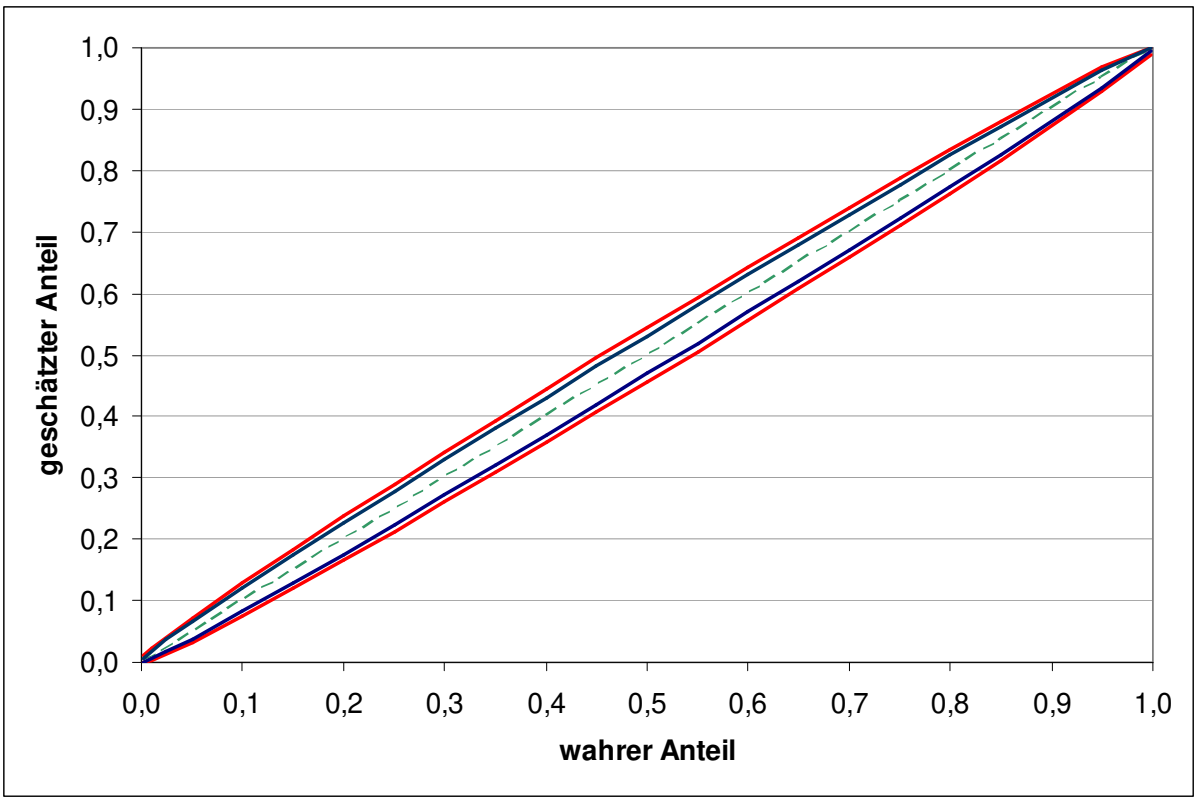

Abb. 1: 95%-Konfidenzintervalle für einen geschätzten Binomialparameter *p* (horizontale Achse) bei Schätzung auf Grundlage einer Stichprobe mit *n = 500* (äußeres Kurvenpaar, rot) bzw. *n = 2000* (inneres Kurvenpaar, blau)

Die Berechnung von Konfidenzintervallen für verschiedene *n* ergab, dass die Forderung eines absoluten Fehlers von höchstens 5%, entsprechend einem Anteil von 0,05, mit einer Stichprobe des Umfangs *n = 500* zu erreichen sein würde. Diese Zahl stützt sich auf die Ausgangshypothese, dass Material innerhalb einer Korngrößenklasse homogen ist. Gilt die Ausgangshypothese nicht, so wäre das berechnete *n* zu klein. Deswegen wurde für die reale Probennahme eine erhöhte Anzahl von *n = 1000* Objekten pro Probennahmeort als Zielanzahl festgelegt.

3.4.4. Analyse des Materials für die Musterhalde und Planung der Musterhalde

Folgende Materialien wurden für die Herstellung der Musterhalde eingesetzt:

- Bauschutt, bestehend aus Betonbruch, Porenbeton, Rotstein/Ziegel, Kalksandstein, Naturstein,
- in den Korngrößenklassen 4/10 mm, 10/16 mm, 16/32 mm.

Die Materialien wurden getrennt und in verschiedenen Korngrößen angeliefert und erst im Moment des Haldenaufbaus vermischt. Um die wahre Zusammensetzung der aufzubauenden Halde bestimmen zu können, wurde für jeden Objekttyp, definiert durch Material und Korngrößenklasse, eine Rückstellprobe hergestellt und aus dieser jeweils ein Volumen von 1 Liter (4/10 mm, 10/16 mm) bzw. 5 Liter (16/32 mm) vollständig hinsichtlich tatsächlicher Materialart und Korngröße bestimmt und ausgezählt. Die Auszählungen wurden von mehreren Personen unabhängig voneinander durchgeführt.

Das Resultat dieser Auswertung ist in Tabelle 3 dargestellt. Es zeigte sich, dass

- das angelieferte Material nicht nur die Beschaffenheit hatte, die es nominal hätte haben sollen, sondern dass die verwendeten big bags sowohl falsches Material wie auch falsche Korngrößen enthielten;
- bei der späteren Probennahme aus der herzustellenden Halde ein Probennahmevolumen von 1 L ausreichen würde, um die gewünschte Anzahl von etwa 1000 Objekten in der Probe zu erhalten.

Die Rückstellprobe diente weiterhin als Grundlage für die Überprüfung der Ausgangshypothese, dass Objekte innerhalb einer Korngrößenklasse so homogen sein würden, dass die zufällige Variation der Anzahl dieser Objekte innerhalb eines festen Volumens durch eine Poisson-Verteilung beschrieben werden kann. Gilt diese Annahme, so gilt auch die oben formulierte Annahme einer Binomial-Verteilung für den Anteil eines bestimmten Objekttyps innerhalb einer Menge von verschiedenen Objekten, und die Standard-Methoden der Fallzahlberechnung sind anwendbar.

Im homogenen Poisson-Modell wird die Wahrscheinlichkeit, *k* Objekte eines Typs in einem vorgegebenen Volumen *V* zu beobachten, durch eine Poisson-Verteilung mit festem Mittelwert λ modelliert:

$$\Pr(k \mid V) = \frac{e^{-\lambda \cdot V} (\lambda \cdot V)^k}{k!}.$$

Der Mittelwert λ ist a priori von der Korngröße *KG* abhängig, so dass die Fallzahlberechnung auf jeden Fall mit korngrößenspezifischen Mittelwerten λ_{KG} durchgeführt werden muss. Darüber hinaus zeigte sich jedoch, dass verschiedene Materialien selbst bei gleicher Korngröße materialspezifisch, also durch $\lambda_{KG,M}$ modelliert werden müssen (Likelihood-Quotienten-Test zum Vergleich der entsprechenden Poisson-Regressionen, $p < 0{,}001$). Aus der korngrößen- und materialspezifischen Poisson-Regression ergeben sich Erwartungswerte für die Anzahlen von Objekten pro Volumen zusammen mit den dazugehörigen Konfidenzintervallen (Tabelle 4). Es zeigt sich, dass nur 6 von 20 beobachteten Anzahlen innerhalb der Konfidenzintervalle liegen, während gemäß der Definition des Konfidenzintervalls nur eine von 20 Beobachtungen außerhalb des Intervalls zu erwarten ist. Somit ist davon auszugehen, dass innheralb der Korngrößenklassen eine zusätzliche Inhomogenität vorliegt, die mit dem Standard-Poisson-Modell nicht erfasst wird. Deswegen wurde ein zusätzlicher Dispersionsparameter Φ in das Modell aufgenommen. Das Modell für die mittlere Anzahl von Objekten der Korngröße *KG* und des Materials *M* lautet damit

$$\lambda_{KG;M} = \exp\left(\beta_0 + \beta_{KG} + \beta_M\right)$$

und die Varianz dieser Anzahl wird modelliert als $\lambda_{KG,M} * \Phi$. Zahlenwerte für die unbekannten Parameter β und Φ ergeben sich aus einer Poisson-Regression mit Überdispersion (Software: SAS/STAT 9.13, PROC GENMOD, SAS Institute Inc. 2003). Sie sind in Tabelle 5 dargestellt. Unter Verwendung dieses Modells ergeben sich Konfidenzintervalle für die beobachteten Anzahlen in der Rückstellprobe, für die akzeptierbarerweise nur in einem Fall die Beobachtung nicht im Konfidenzintervall legt (Tabelle 6). Die Verwendung eines Poisson-Modells mit Überdispersion wird damit im vorliegenden Fall dem Problem der Inhomogenität von Materialien innerhalb einer Größenklasse gerecht und ist als Grundlage der weiteren Modellierung und Beurteilung zu verwenden.

Im allgemeinen Fall von mehreren Rückstellproben sollte das obige inhomogene Modell verallgemeinert werden, indem die zufällige Schwankung innerhalb einer Korngrößenklasse innerhalb eines Materials gemäß folgender Beziehung durch eine Normalverteilung beschrieben wird:

$$\log \lambda = \beta_0 + u, \quad u \sim N(0, \sigma^2).$$

Dabei bedeutet die Notation „$u \sim N(0, \sigma^2)$“, dass die Größe *u* gemäß einer Normalverteilung mit Mittelwert 0 und Standardabweichung σ^2 variiert. Die Modellierung des Logarithmus von λ stellt wie oben sicher, dass λ selbst nicht unzulässigerweise negativ werden kann. Die Bestimmung von β_0 und σ^2 für die Werte der Rückstellproben erfolgt durch die Anpassung eines nichtlinearen gemischten Modells (nonlinear mixed model, siehe z.B. Pinheiro, Bates 1995).

Die Beobachtung von Inhomogenität innerhalb einer Korngrößenklasse kann relativ einfach interpretiert werden: offenbar sind Körner einer Korngrößenklasse in ihren Maßen so sehr unterschiedlich, dass sie nicht gedanklich durch Körner einer festen mittleren Größe ersetzt werden können, wie es der homogene Poisson-Ansatz unterstellt. Die Unterschiedlichkeit wiederum kann leicht durch die Methode (Sieben) erklärt werden, mit der Körner ihren Klassen zugeordnet werden.

Die herzustellende Halde sollte ein Volumen von 6 m^3 erhalten, um eine realistische Situation in Bezug auf die (Nicht-) Zugänglichkeit von Teilen der Halde herzustellen. Dieses Volumen wurde in den Anteilen wie in Tabelle 7 angegeben zusammengesetzt.

Aus den vorgesehenen Volumina gemäß Tabelle 7 ergab sich die hypothetische Zusammensetzung der aufzubauenden Halde (Tabelle 8). In der Hochrechnung wurde die tatsächlich vorgefundene Zusammensetzung der Probenmaterialien so berücksichtigt, wie sie sich in der Rückstellprobe dargestellt hatte, also mit allen Beimischungen und Fehlgrößen.

Für die spätere Beurteilung der aus der Halde zu gewinnenden Proben wurde die erwartete Zusammensetzung der Halde und ihrer zufälligen Variation und damit auch der Stichprobe und ihrer Unterproben durch eine Simulation berechnet (Software: R 2.40, R Foundation 2006). Diese verwendete das Poisson-Modell mit Überdispersion für die Modellierung der Anzahlen für jeden Objekttyp, ferner die Zusammensetzung der Halde, die sich als direkte Hochrechnung aus der Rückstellprobe ergab sowie die Annahme, dass Unterproben des Volumens 1 Liter genommen werden würden. Resultat der Simulation war der erwartete Anteil eines jeden Objekttyps sowie das dazugehörige 95%-Konfidenzintervall (Tabelle 9). Die sich unter der inhomogenen Poisson-Modellierung ergebenden Konfidenzintervalle waren erwartungsgemäß etwas größer als sie es unter Homogenität gewesen wären. Die ursprünglichen Genauigkeitsforderungen wurden jedoch auch unter den nunmehr angepassten Bedingungen eingehalten, so dass es in dieser Phase des Projekts keinen Anlass gab, den ursprünglichen Plan der Probennahme zu verändern.

3.4.5. Aufbau und Probennahme an der Musterhalde

Die Halde wurde in der durch Tabelle 7 beschriebenen Zusammensetzung mit Hilfe eines Förderbands aufgeschüttet. Dabei wurden die verschiedenen Materialien und Korngrößen in mehrfachen Zyklen nacheinander eingebaut, so dass sich eine gewisse Schichtung ergab. Diese Schichtung war jedoch nicht gleichmäßig über den jeweils vorhandenen Oberflächen,

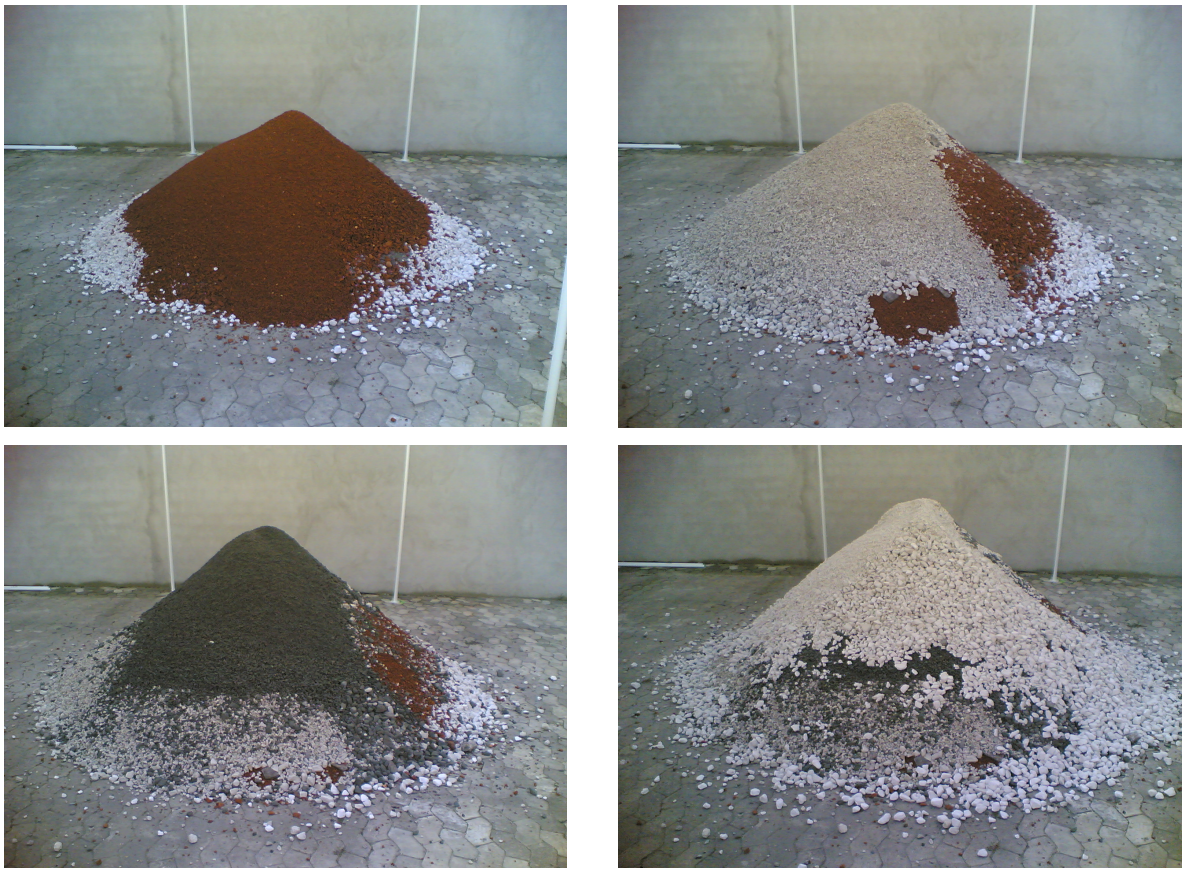

Abb. 2: Verschiedene Phasen des Aufbaus der Modellhalde (Fotos: H. Aycil)

sondern zeigte klare lokale Häufungen (siehe Abbildung 2). Die Position des Förderbands wurde während der Aufschüttungsphase nicht verändert. Es entstand eine Halde von etwa 1,5 m Höhe und einem Durchmesser von 3,9 m am Boden.

Abbildung 3 beschreibt die Orte, an denen Proben (insgesamt 10) von der Halde entnommen wurden. Während der Entnahme einer Probe wurde die unmittelbare Umgebung des Entnahmeortes durch Bleche abgestützt, um das Abrutschen von Teilen der Halde als Folge der Entnahme zu verhindern. Abrutschen hätte gleichzeitig auch Durchmischen bedeutet, mit dem vermutlichen Resultat, dass spätere Proben besser durchmischtes Material vorgefunden hätten. Gute Durchmischung hätte aber ein zu optimistisches Bild von der Güte der Probennahme erzeugt. Von jedem Probenort wurde zunächst ein Volumen von 2-3 Schaufeln entnommen. Dieses wurde durchmischt und ein Liter dieser Menge zur Auszählung bereitgestellt.

3.4.6. Auszählung der Proben

Die gewonnenen Proben wurden wie die vorangegangenen Proben nach Material und Korngröße ausgezählt. Die 10 Unterproben blieben dabei getrennt, um an ihnen die eventuelle Inhomogenität der Halde erkennen zu können. Das Resultat der Auszählung ist in den Tabellen 10 und 11 dargestellt.

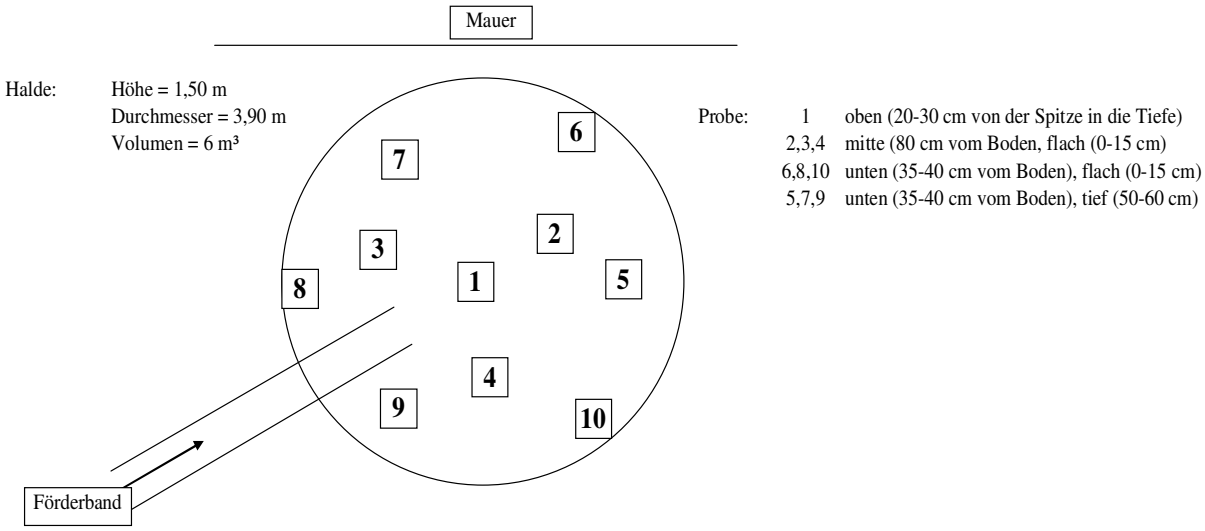

Abb. 3: Positionen der Probennahmen aus der Modellhalde

3.4.7. Bewertung der Ergebnisse

Den erfolgten Auszählungen stand eine Erwartung gegenüber, mit welchen Anteilen die einzelnen Objekttypen in der Stichprobe vertreten sein sollten. Als akzeptable Abweichung von dieser Erwartung war ein absoluter Fehler von 5 Prozentpunkten festgelegt worden. Die erwarteten Anteile sowie der erwartete zufällige Schwankung dieser Anteile, die durchweg unter 5 Prozentpunkten liegt, ist in Tabelle 11 dargestellt, wobei darauf hinzuweisen ist, dass diese a-priori-Aussage bereits für jede einzelne der 10 Unterproben gilt.

Der entscheidende Vergleich zwischen dieser Erwartung und der tatsächlich in der Haldenstichprobe vorgefundenen Situation ist in Tabelle 12 durchgeführt. Dort ist die absolute Abweichung zwischen Erwartung und Beobachtung für jede Unterprobe sowie für die Zusammenführung aller Unterproben in Prozentpunkten ausgedrückt. Es zeigt sich, dass

- alle Unterproben für einige Objekttypen größere Fehler aufwiesen als akzeptabel (und erwartet), auch wenn berücksichtigt wird, dass die mit einer 95%igen Sicherheit erfolgte Fehlerfestlegung eine einzelne Überschreitung innerhalb einer Probe zulässt,
- die Zusammenführung aller 10 Unterproben zu einer Gesamtprobe die akzeptierte Fehlerbandbreite für alle Objekttypen klar unterschreitet.

Die nahe liegende Erklärung für diesen Versuchsausgang ist, dass sich die Inhomogenität der Halde in den Unterproben widerspiegelt. Die einzelnen Unterproben sind so umfangreich, dass sich die großen Differenzen zwischen Unterproben und zum wahren Aufbau der Halde nicht durch zu geringe Fallzahl erklären lassen. Erst durch das Zusammenführen der an verschiedenen Orten genommenen Unterproben kann die Inhomogenität überwunden werden.

Eine zusammengeführte Probe könnte auch bei kleinerem Umfang als im vorliegenden Fall den festgelegten Fehlerrahmen einhalten. Aus der Tatsache, dass der absolute Fehler der Gesamtprobe in der Größenordnung von 3 Prozentpunkten liegt, kann vermutet werden, dass eine Gesamtstichprobe von etwa 15000 Objekten an Stelle der benutzten rund 19500 die Genauigkeitsforderungen bereits eingehalten hätte. Damit müsste sie aber immer noch erheblich größer sein als eine einzelne der bisherigen Unterproben, eine Tatsache, die die

oben formulierte Vermutung stützt, dass die Inhomogenität der Halde als Ursache für die vorgefundenen großen Abweichungen anzusehen ist.

Die bisherigen Betrachtungen beruhten auf der Verwendung des absoluten Fehlers in Prozentpunkten als dem Kriterium der Zieldefinition. Der absolute Fehler lässt sich jedoch auch in einen relativen Fehler umwandeln, sofern nicht ein Anteil von 0% in der Probe erwartet wird. Tabelle 13 zeigt die relativen Fehler, die zu den absoluten Fehlern in Prozentpunkten der Tabelle 12 gehören. Es zeigt sich, dass diese relativen Fehler in einer deutlich höheren numerischen Größenordnung liegen und die ursprünglich einmal diskutierten 10% regelmäßig überschreiten.

3.4.8. Folgerungen, Ausblick

Aus den Resultaten des Modellversuchs „Haldenbeprobung“ muss geschlossen werden, dass das größte Hindernis einer repräsentativen Beprobung in der unbekannten Art der räumlichen Inhomogenität einer Halde liegt. Alle anderen in Betracht gezogenen Fehlerquellen (zufälliger Fehler, Inhomogenität des Materials innerhalb einer Korngrößenklasse, Siebeffekt, Zählfehler, Zuordnungsfehler) treten hinter der Fehlerquelle „Räumliche Inhomogenität der Halde“ zurück. Somit muss zur Erzielung einer repräsentativen Stichprobe entweder die Inhomogenität der Halde aufgehoben werden (durch vollständiges Durchmischen), oder es muss ein Weg gefunden werden, die Inhomogenität der Halde abzuschätzen und den Beprobungsaufwand in Abhängigkeit von dieser Inhomogenität festzulegen.

Für den zweiten genannten Weg wurde als Konsequenz aus den oben genannten Erkenntnissen der folgende Ansatz diskutiert und theoretisch als Rechnersimulation durchgespielt.

Der erste Schritt zu einer inhomogenitätsgesteuerten Probennahmestrategie ist die Quantifizierung der Inhomogenität einer Halde. Diese könnte erfolgen auf der Grundlage von einigen wenigen relativ kleinen Stichproben, die auf spezielle, die Inhomogenität der Halde in die Stichprobe übertragende Weise gewonnen werden. Denkbar wäre z.B. eine Probennahme mit Hilfe eines Rohrs, das in die Halde getrieben wird, eventuell mit Unterstützung einer Bohrvorrichtung, die ein tiefes Eindringen erlauben könnte. Der Rohrdurchmesser müsste ausreichend groß sein, um die vorhandenen Korngrößen aufzunehmen. Idealerweise würden die Bestandteile der Halde in nahezu unveränderter Anordnung in das Rohr aufgenommen. Der Rohrinhalt würde nach der Probennahme ohne Veränderung der Reihenfolge entnommen und dann die Reihenfolge der Anordnung benutzt, um das Ausmaß der Inhomogenität der genommenen Probe zu quantifizieren. Eine einfache Maßzahl für die Inhomogenität ist die aus anderen Zusammenhängen bekannte Entropie, die für den gegenwärtigen Zweck für die Abfolgewahrscheinlichkeiten der Objekttypen berechnet wird. Als Abfolgewahrscheinlichkeit p_{xy} ist hier die relative Häufigkeit zu verstehen, mit der die Abfolge „Objekttyp *x*“ -> „Objekttyp *y*“ in der Rohrstichprobe beobachtet wurde. Die Summe aller möglichen Abfolgewahrscheinlichkeiten hat den Wert Eins. Unter diesen Bedingungen ergibt sich die Entropie als

$$E = -\sum_{x,y} p_{xy} \log p_{xy}$$

(In der üblichen Definition der Informationstheorie wird der dyadische Logarithmus benutzt. Die Basis des Logarithmus ist für den hier verfolgten Zweck jedoch ohne spezielle Bedeu-

tung und kann nach Belieben gewählt werden.) Der Wert von *E* variiert mit dem Ausmaß der Inhomogenität in der Abfolge der Objekttypen, je höher das Ausmaß der Inhomogenität, desto größer *E*. Die Verknüpfung zwischen einer für eine Halde erhobenen Inhomogenität *E* und dem für eine repräsentative Stichprobe nötigen Umfang kann nun dadurch hergestellt werden, dass in einer Rechnersimulation eine Zahlenfolge mit derselben Entropie *E* hergestellt wird (Stichwort: Markoff-Kette) und ebenfalls per Simulation fiktive „Proben“ aus der erzeugten Zahlenfolge entnommen werden. Die Proben weisen dann ihrerseits eine gewisse Inhomogenität auf, die durch weitere Probennahmen und Mittelwertsbildung reduziert wird. Durch systematisches Vergrößern der Probe kann festgestellt werden, welcher Probenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit erforderlich ist.

Diese Ausführungen stellen gegenwärtig eine theoretische Vorstellung dar, die im abgelaufenen Projekt entwickelt wurde. Eine Realisierung war nicht Gegenstand des Projekts. Sie müsste beginnen mit der Untersuchung, ob eine „ordnungserhaltende“ Stichprobennahme nach Art der oben beschriebenen Beprobung per Rohr oder vielleicht auf andere, eventuell nicht-invasive Weise ein realistischer Ansatz ist. Der rechnerische Anteil des Verfahrens, mit dem Entropie und Beprobungsaufwand verknüpft werden, erscheint als ein realisierbarer Schritt.

4. Zusammenfassung der Projektergebnisse

Das Projekt setzte sich mit dem Problem der Beprobung von umfangreichen Halden auseinander, wobei das Ziel der Beprobung darin besteht, die Zusammensetzung der Halde nach Material und Korngrößenverteilung im Rahmen von akzeptierten Fehlertoleranzen zu bestimmen. Es wurde davon ausgegangen, dass die Halde bereits vorliegt, so dass dynamische Verfahren wie die Entnahme von Proben aus dem Ausgangsstrom eines Brechers nicht in Frage kommen.

Die repräsentative Beprobung einer vorliegenden Halde ist unumgänglich für eine sachgerechte Entscheidung über die weitere Behandlung des Materials. Grundlage einer repräsentativen Beprobung ist die Möglichkeit, Proben aus jedem Teil der Halde zu nehmen, es sei denn, es ist aus anderer Quelle bekannt, dass die Halde in jeder Region in gleicher Weise durchmischt ist. Anderenfalls müssen Proben so genommen werden, dass die Entnahmeorte den Haldenkörper gleichmäßig durchziehen. Wenn weder das Wissen über gleichmäßige Durchmischung vorliegt noch gleichmäßig verteilte Probennahme möglich ist, muss der Zugang zum Material durch Umlagern hergestellt werden.

Eine eigens durchgeführter Versuch zur Frage, ob eine Halde möglicherweise durch natürliche „Sickereffekte“ eine zwangsläufige Struktur entwickelt, etwa durch Durchsickern kleiner Objekte auf den Boden der Halde, führte zu der Erkenntnis, dass ein derartiger Effekt nicht zu erwarten ist. Es gibt damit keinen Hinweis auf Probennahmeorte, die als Folge natürlicher Bewegungen innerhalb der Halde zu bevorzugen oder zu vermeiden wären.

Wenn eine Probennahme im gesamten Bereich der Halde möglich ist, muss über das Ausmaß der Probe entschieden werden. Entscheidend für den notwendigen Stichprobenumfang sind die Genauigkeitsforderungen des Verwenders ebenso wie das Ausmaß der Inhomogenität des Haldenmaterials innerhalb einer Korngrößenklasse. Diese kann durch eine Pilot-Probennahme abgeschätzt werden, aus der wiederum die nötige Stichprobengröße unter Verwendung der im Projekt verwendeten Methoden abgeschätzt werden kann.

Wichtige Erkenntnis des Projekts ist dabei, dass Standard-Methoden der Fallzahlberechnung nicht angemessen sind, soweit sie Homogenität innerhalb von Korngrößenklassen unterstellen. Das Beispiel der im Projekt analysierten Modellhalde zeigte ein signifikantes Ausmaß von Inhomogenität innerhalb von Korngrößenklassen, dessen Nicht-Berücksichtigung zu kleine Stichproben nach sich gezogen hätte. Im Projekt erwies sich die Quantifizierung der Inhomogenität mit Hilfe eines Poisson-Modells mit Überdispersion als ein erfolgreiches und gangbares Verfahren. Die nötige Stichprobengröße kann unter günstigen Umständen nach erfolgter Quantifizierung der Inhomogenität direkt berechnet werden, bei stark differenzierten Halden ist eine Monte-Carlo-Simulation der weniger aufwändige Weg.

Für die technische Durchführung der Stichprobenauswertung ergab sich, dass Zählfehler eine eher geringe Rolle spielen, ebenso Zuordnungsfehler durch falsche Ansprache von Materialien. Hingegen ist die Einteilung der Objekte in Größenklassen durch Sieben eine kritische Phase, da zu intensives Sieben das Material in seiner Größenbeschaffenheit verändert, wie durch einen Versuch bestätigt wurde.

Für den Umgang mit Halden, deren räumliche Inhomogenität unbekannt ist, empfiehlt sich eine inhomogenitätsgesteuerte Probennahmestrategie. Ein Ansatz in dieser Richtung wurde im Projekt entworfen. Er beruht darauf, sich in einer ersten Stichprobe das Ausmaß der räumlichen Inhomogenität zu ermitteln und zu quantifizieren, wofür ein (Un-) Ordnungsmaß

wie die Entropie herangezogen werden kann. Von diesem Maß ausgehend wird dann über den Umfang der weiteren Stichprobennahme entschieden. Dabei wird ein statistischer Zusammenhang zwischen Entropie und erforderlicher Stichprobengröße ausgenutzt.

4.1. Projektziel und erzieltes Ergebnis

Das Projektziel, eine Aussage über die Möglichkeit einer realistischen Probennahme zu machen, wurde in der Weise erreicht, dass

- Verfahren zur Stichprobennahme nach Art und Umfang benannt wurden,
- Teilergebnisse des Projekts zu der Erkenntnis führten, dass anfängliche Annahmen über Materialeigenschaften nicht haltbar waren, somit Standard-Verfahren nur beschränkt tauglich sind,
- die Tauglichkeit der zunächst theoretisch formulierten alternativen Verfahren in einem praktischen Test bestätigt wurde,
- ein Vorschlag zur Berechnung von Stichprobenumfängen für räumlich gleichmäßig strukturierte Halden entwickelt wurde,
- ein Vorschlag zum weitergehenden Umgang mit Halden von unbekannter Struktur entwickelt wurde.

Insgesamt ist damit eine klare Verbesserung des Kenntnisstands in Bezug auf die Probennahme aus Bauschutthalden erzielt worden.

4.2. Bewertung der Umwelteffekte

Unmittelbare Umwelteffekte waren aus diesem Projekt heraus nicht angestrebt, da es sich um eine methodische Untersuchung handelte. Die Anwendung der gewonnenen Kenntnisse und der entwickelten Methoden hat jedoch das Potential, die künftige Verwertung von Bauschutt effektiver zu gestalten und stellt in dieser Weise einen relevanten Umwelteffekt dar.

4.3. Regionalbezug, wissenschaftlicher Stellenwert des geförderten Projekts im Kontext der Institutsarbeit

Das Projekt hat von der Fragestellung keinen unmittelbar ausschließlichen Regionalbezug, weil die Problematik der Probennahme die gesamte Baustoffaufbereitung in Deutschland und Europa betrifft.

Bezüglich der Forschungspartner ergibt sich jedoch ein deutlicher, für den Forschungsstandort Bremen wichtiger synergistischer, interdisziplinärer Lokalaspekt: Die im Vorhaben untersuchten Fragestellungen erforderte die Zusammenarbeit mehrerer Bremer Teildisziplinen, die allein nicht in der Lage gewesen wären, das Vorhaben erfolgreich zu bearbeiten. So musste jede Teildisziplin ihr spezielles Wissen und ihre eigenen Erfahrungen in das Projekt mit einbringen. Die Partner und ihre Arbeitsgebiete sind im Folgenden kurz beschrieben:

- *Universität Bremen, Zentrum für Technomathematik und Institut für Statistik*; diese mit deutlichem Anwendungsbezug arbeitenden Einrichtungen haben bereits in der Vergangenheit in Forschungsprojekten Fragestellungen zur statistischen Erfassung von Abfällen bearbeitet (Krooß et al. 1998; Weis, Thurmann, Wosniok 2001).

- *Amtliche Materialprüfungsanstalt (MPA) Bremen*; diese Institution ist in einem ihrer Arbeitsschwerpunkte mit der Prüfung, Überwachung und Zertifizierung von Bauprodukten (auch Recyclingbaustoffen) beschäftigt. Daneben spielen Gutachten zu Bauschäden, baustoffkundliche Produktentwicklungen und Baustoff-Forschung (hier insbesondere Forschung auf dem Gebiet des Baustoffrecyclings) eine bedeutende Rolle. Die MPA Bremen ist für die nachfolgend beschriebene Forschungsvereinigung Recycling und Wertstoffverwertung im Bauwesen e.V. (RWB) nicht die einzige aber wichtigste Forschungsstelle.
- *RWB*; die RWB ist ein gemeinnütziger, eingetragener Verein. Sie wurde vor 14 Jahren in Bremen auf Initiative der Baustoffrecycling- und Entsorgungswirtschaft, Behörden (hier insbesondere der Bremer Bausenator), Instituten, Laboratorien u.v.a. gegründet. Die Forschungsgemeinschaft ist seit 1995 Mitgliedsvereinigung in der AiF. Über die RWB wurden eine Vielzahl von Forschungsprojekten zum Baustoffrecycling initiiert, begleitet und abgewickelt. Durch ihre überwiegend industriellen Mitglieder kennt die RWB den Forschungsbedarf und die Praxisprobleme der Baustoffaufbereitung sehr genau. Das vorliegende Forschungsvorhaben ist aus Erfahrungen und Anregungen innerhalb der RWB entstanden.

Die Kooperation dieser Partner soll in einem möglichen Anschlussprojekt weitergeführt werden. Ein sich unmittelbar anschließendes Thema ist die weitere Entwicklung der inhomogenitätsgesteuerten Probennahme, die im Ausblick unter 3.4.8. umrissen wurde. Weiterhin ist die Probennahme mit dem Ziel der chemischen Analyse von Probenbestandteilen eine zwangsläufige Erweiterung der mit diesem Vorhaben angesprochenen Problematik.

4.4. Perspektivische Bewertung des Projekts / der Projektergebnisse Umsetzung der Projektergebnisse in die wirtschaftliche Praxis

Das Vorhaben berührt grundlegende Fragestellungen zur Beurteilung von Baureststoffen. Es ist damit grundsätzlich wichtig für alle am Baustoffrecycling Beteiligten; hier sind insbesondere die Unternehmen, die Industrieverbände, die Prüflabore und Zertifizierungsstellen sowie der Gesetzgeber zu nennen. Es muss an dieser Stelle jedoch eingeschränkt werden, dass das Vorhaben einen „Einstiegscharakter“ in eine überaus komplizierte Materie besitzt; allein die Tatsache, dass die Untersuchungen und mathematisch-statistischen Überlegungen anhand einer idealisierten Modellhalde durchgeführt wurden, lässt eine unmittelbare Umsetzung in die wirtschaftliche Praxis zum gegenwärtigen Zeitpunkt nicht erwarten. Grundsätzlich können jedoch von den Ergebnissen grundlegende Überlegungen und Anregungen ausgehen, die möglicherweise in naher Zukunft zu weiteren Forschungsprojekten der o.g. Partner führen. In diesen Projekten könnten – ausgehend von den hier gewonnenen Basisergebnissen – konkrete Fragestellungen z.B. zur Repräsentativität von Proben im Bereich relevanter Umweltparameter wie PAK oder Sulfat im Bauschutt angegangen werden.

4.5. Relevanz des geförderten Projekts für die Einwerbung von Drittmitteln

Wie oben ausgeführt, handelt es sich bei dem Vorhaben um einen „Einstieg“ in eine überaus komplizierte Problematik, die jedoch für die gesamte Frage der Verwertung von Bauabfällen von entscheidender Bedeutung ist. Da von dem hier vorgestellten Vorhaben noch keine direkten, in der unmittelbaren Praxis verwertbaren Impulse ausgehen können, planen die Kooperationspartner, sich in der Zukunft – aufbauend auf in diesem Projekt gewonnenen Erfahrungen – den tatsächlichen Problempunkten aus der Praxis zuzuwenden. Die im Ausblick genannten Anfangsüberlegungen zu einer „entropiegesteuerten“ Organisation der Probennahme stellen eine künftige Arbeitsrichtung dar. Ferner ist die Ausweitung des Probennah-

meproblems auf chemische Stoffe anzugehen, wobei hier aus früheren Arbeiten zur Chemikalienbewertung in Altholz Nutzen gezogen werden kann. Im Bauschuttbereich sind insbesondere die problematischen Umweltparameter Sulfat und PAK als anschließender Forschungsgegenstand zu nennen. Da es sich dann um angewandte Fragestellungen handelt, welche eine ganze Branche beschäftigen, wären die Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen (AiF) und das Bundeswirtschaftsministerium als mögliche Fördermittelgeber zu nennen. Da die RWB Mitglied in der AiF ist, könnten entsprechende Anschlussvorhaben über die RWB bei der AiF eingereicht werden. Ein Interesse der betroffenen Wirtschaft (Baustoffaufbereiter und Abbruchunternehmen) sowie der Industrieverbände an diesem wichtigen Thema gilt bereits jetzt als sicher.

4.6. Veröffentlichung der Projektergebnisse

Über die Arbeitskreise und Kontakte der Forschungsvereinigung RWB werden die Resultate dieses Forschungsvorhabens den interessierten Unternehmen bekannt gemacht.

Die Ergebnisse zur Bestimmung von Stichprobenumfängen unter dem Einfluss von ausgeprägter Inhomogenität des zu beprobenden Materials sollen in der Zeitschrift „BR Baustoff-Recycling & Deponietechnik“ veröffentlicht werden (diese Publikation ist in Vorbereitung).

Darüber hinaus werden die Projektergebnisse in der Preprint-Reihe „Berichte aus der Technomathematik“ (vgl. http://www.math.uni-bremen.de/zetem/berichte.html) veröffentlicht.

Tabellen

Tabelle	Inhalt	Seite
1	95%-Konfidenzintervalle und die damit verbundenen absoluten und relativen Fehler bei der Bestimmung eines Anteils *p*	26
2	Sickereffekt	26
3	Anzahl der Objekte in der Rückstellprobe, getrennt nach Lieferbezeichnung (Spalte) und tatsächlicher Beschaffenheit (Zeile)	27
4	Anzahlen ausgezählter Objekte in der Rückstellprobe sowie die 95%-Konfidenzintervalle um den Mittelwert	27
5	Komponenten und Parameterschätzwerte des Poisson-Modells zur Berechnung der Konfidenzintervalle in den Tabellen 4 und 6	28
6	Anzahlen ausgezählter Objekte in der Rückstellprobe sowie die 95%-Konfidenzintervalle um den Mittelwert, berechnet unter der Annahme einer inhomogenen Poisson-Verteilung	28
7	Zusammensetzung der Modellhalde	29
8	Hochrechnung auf die Objektanzahl der Modellhalde auf Grundlage der Rückstellprobe	29
9	Erwartete Anzahl in einer Halden-Stichprobe mit einem Volumen von 1 L, mit 95%-Konfidenzintervall	30
10	Resultat der Probennahme aus der Modellhalde	31
11	Prozentuale Zusammensetzung der 10 Halden-Unterproben und ihrer Summe	31
12	Abweichung zwischen den beobachteten Anteilen [%] der Objekttypen in der Modellhalden-Stichprobe und den erwarteten Anteilen, in Prozentpunkten.	32
13	Relative Abweichung der Anteile der Objekttypen von den erwarteten Anteilen in Prozent, bezogen auf den erwarteten Anteil.	32

n	r	r/n	95%-Konfidenzintervall		absoluter Fehler		relativer Fehler	
Proben-umfang	Anzahl Ziel-Objekttyp	Anteil	Unter-grenze	Ober-grenze	Unter-grenze	Ober-grenze	Unter-grenze	Ober-grenze
500	1	0,002	0,000	0,011	-0,002	0,009	-0,975	4,546
500	5	0,010	0,003	0,023	-0,007	0,013	-0,675	1,318
500	25	0,050	0,033	0,073	-0,017	0,023	-0,348	0,459
500	50	0,100	0,075	0,130	-0,025	0,030	-0,249	0,297
500	75	0,150	0,120	0,184	-0,030	0,034	-0,201	0,229
500	100	0,200	0,166	0,238	-0,034	0,038	-0,171	0,189
500	125	0,250	0,213	0,290	-0,037	0,040	-0,150	0,161
500	150	0,300	0,260	0,342	-0,040	0,042	-0,133	0,141
500	175	0,350	0,308	0,394	-0,042	0,044	-0,119	0,125
500	200	0,400	0,357	0,444	-0,043	0,044	-0,108	0,111
500	225	0,450	0,406	0,495	-0,044	0,045	-0,098	0,100
500	250	0,500	0,455	0,545	-0,045	0,045	-0,089	0,089
500	275	0,550	0,505	0,594	-0,045	0,044	-0,081	0,080
500	300	0,600	0,556	0,643	-0,044	0,043	-0,074	0,072
500	325	0,650	0,606	0,692	-0,044	0,042	-0,067	0,064
500	350	0,700	0,658	0,740	-0,042	0,040	-0,060	0,057
500	375	0,750	0,710	0,787	-0,040	0,037	-0,054	0,050
500	400	0,800	0,762	0,834	-0,038	0,034	-0,047	0,043
500	425	0,850	0,816	0,880	-0,034	0,030	-0,040	0,035
500	475	0,950	0,927	0,967	-0,023	0,017	-0,024	0,018
500	499	0,998	0,989	1,000	-0,009	0,002	-0,009	0,002

Tab. 1: 95%-Konfidenzintervalle und die damit verbundenen absoluten und relativen Fehler bei der Bestimmung eines Anteils *p = r/n* aus einer Stichprobe des Umfangs *n = 500* für verschiedene beobachtete Anzahlen *r* von Objekten des Zieltyps.

Schicht	Material / Körnung	Masse vorher [g]	Masse nachher [g]
Oben	B 16/32	855,2	667,7
	B 8/16	853,1	951,8
	B 4/8	822,7	835,0
Mitte	B 16/32	0,0	0,0
	B 8/16	0,0	2,9
	B 4/8	0,0	73,1
	Z 16/32	763,5	666,1
	Z 8/16	767,9	869,3
	Z 4/8	691,4	632,9
Unten	Z 16/32	0,0	0,0
	Z 8/16	0,0	0,0
	Z 4/8	0,0	54,1
	K 16/32	722,0	498,9
	K 8/16	711,7	856,5
	K 4/8	597,1	673,4

Tab. 2: Sickereffekt: In einem Rohr (Durchmesser 125mm, 3 Höhenabschnitte zu je 200mm) geschichtetes Material findet sich nach intensivem Rütteln (30min) weitgehend in der derselben Höhe wie vor der Bewegung. Durchgesickertes Material erreicht Eindringtiefen von 30-40mm in die tiefer liegende Schicht. (Z: Ziegel / Rotstein, K: Kalksandstein, B: Betonbruch.)

		Porenbeton			Naturstein			Ziegel			Kalksandstein			Beton			Summe
Material	Körnung	4/10	10/16	16/32	4/10	10/16	16/32	4/10	10/16	16/32	4/10	10/16	16/32	4/10	10/16	16/32	
P	4/10	3075	1097	43	1	1	0	3	1	2	0	2	0	0	0	0	4225
	10/16	0	164	345	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	511
	16/32	0	0	224	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	224
	> 32	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10
N	4/10	67	19	0	1593	1896	84	31	0	2	239	35	1	154	161	1	4283
	10/16	0	1	4	0	28	354	0	2	0	0	7	0	0	6	1	403
	16/32	0	0	0	0	0	336	0	0	0	0	0	5	0	0	2	343
	> 32	0	0	2	0	0	6	0	0	3	0	0	1	0	0	0	12
Z	4/10	4	0	0	24	7	2	2893	905	62	32	4	0	6	23	0	3962
	10/16	0	0	0	0	0	7	0	243	646	0	2	0	0	3	0	901
	16/32	0	0	0	0	0	0	0	0	296	0	0	2	0	0	1	299
	> 32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K	4/10	35	3	0	0	1	0	12	0	1	3424	729	18	97	46	0	4366
	10/16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	144	291	0	0	2	437
	16/32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	295	0	0	6	301
	> 32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	3
B	4/10	141	48	0	11	12	0	39	6	12	62	41	1	3292	1061	26	4752
	10/16	0	5	0	0	0	2	0	4	3	0	10	13	0	163	349	549
	16/32	0	0	6	0	0	0	0	0	5	0	0	9	0	0	267	287
	> 32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	11	12
Summe		3322	1337	634	1629	1945	791	2978	1161	1033	3757	974	640	3549	1463	667	25880

Tab. 3: Anzahl der Objekte in der Rückstellprobe, getrennt nach Lieferbezeichnung (Spalte) und tatsächlicher Beschaffenheit (Zeile). Ausgezählte Volumina: 1L für nominale Korngrößen 4-10mm und 10-16mm, 5L für nominale Korngröße 16-32 mm. (P: Porenbeton, N: Naturstein, Z: Ziegel / Rotstein, K: Kalksandstein, B: Betonbruch.)

Material	Körnung	Anzahl in RSP 1	95%-Konfidenz-intervall (Unter-grenze)	95%-Konfidenz-intervall (Ober-grenze)	Beobachtung im Konfidenz-intervall?
P	4/10	4225	4030	4265	ja
	10/16	511	514,4	562,5	nein
	16/32	224	263,7	295,6	nein
	> 32	10	5,1	9,8	nein
N	4/10	4283	4088	4325	ja
	10/16	403	521,8	570,4	nein
	16/32	343	267,5	299,8	nein
	> 32	12	5,2	10,0	nein
Z	4/10	3962	4188	4427	nein
	10/16	901	534,4	584,0	nein
	16/32	299	274,0	307,0	ja
	> 32	0	5,3	10,2	nein
K	4/10	4366	4143	4381	ja
	10/16	437	528,7	577,9	nein
	16/32	301	271,0	303,7	ja
	> 32	3	5,3	10,1	nein
B	4/10	4752	4548	4798	ja
	10/16	549	580,2	633,2	nein
	16/32	287	297,4	332,9	nein
	> 32	12	5,8	11,1	nein

Tab. 4: Anzahlen ausgezählter Objekte in der Rückstellprobe sowie die 95%-Konfidenzintervalle um den Mittelwert, berechnet unter der Annahme einer homogenen Poisson-Verteilung innerhalb jedes Objekttyps. Berechnung der Konfidenzintervalle getrennt nach Material und Korngrößenklasse in mm unter Verwendung eines Poisson-Modells wie in Tabelle 11c, jedoch mit Dispersionsparameter 1. (P: Porenbeton, N: Naturstein, Z: Ziegel / Rotstein, K: Kalksandstein, B: Betonbruch.)

Einflussgröße	Ausprägung	Schätzwert	Standardfehler	95%-Konfidenz-intervall (Obergrenze)	95%-Konfidenz-intervall (Untergrenze)
Konstante		-3,001	0,873	-4,712	-1,291
Korngröße	04/10	10,369	0,871	8,662	12,076
	10/16	8,327	0,876	6,610	10,044
	16/32	7,671	0,881	5,944	9,398
	>32	0,000			
Material	P	-0,038	0,105	-0,244	0,168
	N	-0,024	0,105	-0,229	0,182
	Z	0,000			
	K	-0,011	0,105	-0,216	0,194
	B	0,081	0,102	-0,119	0,282
Dispersion		5,294			

Tab. 5: Komponenten und Parameterschätzwerte des Poisson-Modells zur Berechnung der Konfidenzintervalle in den Tabellen 11a neu und 11bneu. (P: Porenbeton, N: Naturstein, Z: Ziegel / Rotstein, K: Kalksandstein, B: Betonbruch.)

Material	Körnung	Anzahl in RSP 2	95%-Konfidenz-intervall (Untergrenze)	95%-Konfidenz-intervall (Obergrenze)	Beobachtung im Konfidenz-intervall?
P	4/10	4225	4030	4265	ja
	10/16	511	514,4	562,5	nein
	16/32	224	263,7	295,6	nein
	> 32	10	5,1	9,8	nein
N	4/10	4283	4088	4325	ja
	10/16	403	521,8	570,4	nein
	16/32	343	267,5	299,8	nein
	> 32	12	5,2	10,0	nein
Z	4/10	3962	4188	4427	nein
	10/16	901	534,4	584,0	nein
	16/32	299	274,0	307,0	ja
	> 32	0	5,3	10,2	nein
K	4/10	4366	4143	4381	ja
	10/16	437	528,7	577,9	nein
	16/32	301	271,0	303,7	ja
	> 32	3	5,3	10,1	nein
B	4/10	4752	4548	4798	ja
	10/16	549	580,2	633,2	nein
	16/32	287	297,4	332,9	nein
	> 32	12	5,8	11,1	nein

Tab. 6: Anzahlen ausgezählter Objekte in der Rückstellprobe sowie die 95%-Konfidenzintervalle um den Mittelwert, berechnet unter der Annahme einer inhomogenen Poisson-Verteilung innerhalb jedes Objekttyps. Berechnung der Konfidenzintervalle getrennt nach Material und Korngrößenklasse in mm unter Verwendung eines Poisson-Modells mit Komponenten wie in Tabelle 11c. (P: Porenbeton, N: Naturstein, Z: Ziegel / Rotstein, K: Kalksandstein, B: Betonbruch.)

	Volumen [L]			
Material	**4/10**	**10/16**	**16/32**	**Summe**
Porenbeton	60	60	480	600
Naturstein	120	300	180	600
Ziegel	540	900	360	1800
Kalksandstein	120	300	180	600
Beton	720	1200	480	2400
Summe	1560	2760	1680	6000

Tab. 7: Zusammensetzung der Modellhalde, getrennt nach Material und Korngrößenklasse.

		Porenbeton			Naturstein			Ziegel			Kalksandstein			Beton			
Material	Körnung	4/10	10/16	16/32	4/10	10/16	16/32	4/10	10/16	16/32	4/10	10/16	16/32	4/10	10/16	16/32	Summe
P	4/10	184500	65820	4128	120	300	0	1620	900	144	0	600	0	0	0	0	236040
	10/16	0	9840	33120	0	0	0	0	0	72	0	0	0	0	0	96	66492
	16/32	0	0	21504	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	17472
	> 32	0	0	960	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	672
N	4/10	4020	1140	0	191160	568800	3024	16740	0	144	28680	10500	36	110880	193200	96	710796
	10/16	0	60	384	0	8400	12744	0	1800	0	0	2100	0	0	7200	96	61260
	16/32	0	0	0	0	0	12096	0	0	0	0	0	180	0	0	192	13116
	> 32	0	0	192	0	0	216	0	0	216	0	0	36	0	0	0	360
Z	4/10	240	0	0	2880	2100	72	1562220	814500	4464	3840	1200	0	4320	27600	0	2839764
	10/16	0	0	0	0	0	252	0	218700	46512	0	600	0	0	3600	0	208344
	16/32	0	0	0	0	0	0	0	0	21312	0	0	72	0	0	96	30180
	> 32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	72
K	4/10	2100	180	0	0	300	0	6480	0	72	410880	218700	648	69840	55200	0	517332
	10/16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	43200	10476	0	0	192	75072
	16/32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10620	0	0	576	12456
	> 32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	108	0	0	0	72
B	4/10	8460	2880	0	1320	3600	0	21060	5400	864	7440	12300	36	2370240	1273200	2496	3801984
	10/16	0	300	0	0	0	72	0	3600	216	0	3000	468	0	195600	33504	349068
	16/32	0	0	576	0	0	0	0	0	360	0	0	324	0	0	25632	29100
	> 32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	36	0	0	1056	288
																Summe	8969940

Tab. 8: Hochrechnung auf die Objektanzahl der Modellhalde auf Grundlage der Rückstellprobe. (P: Porenbeton, N: Naturstein, Z: Ziegel / Rotstein, K: Kalksandstein, B: Betonbruch.)

Material	Körnung	Erwartete Gesamtanzahl	Anteil in Prozent	95%-Konfidenz-intervall für Anteil (Untergrenze)	95%-Konfidenz-intervall für Anteil (Obergrenze)
P	4/10	41	2,74	1,84	3,72
	10/16	9	0,60	0,20	1,12
	16/32	3	0,20	0,00	0,47
	> 32	0	0,00	0,00	0,00
N	4/10	153	10,21	8,07	12,48
	10/16	8	0,53	0,19	1,01
	16/32	2	0,13	0,00	0,36
	> 32	0	0,00	0,00	0,00
Z	4/10	439	29,29	25,03	33,80
	10/16	40	2,67	1,51	4,15
	16/32	4	0,27	0,06	0,60
	> 32	0	0,00	0,00	0,00
K	4/10	107	7,14	5,48	8,96
	10/16	11	0,73	0,28	1,34
	16/32	2	0,13	0,00	0,35
	> 32	0	0,00	0,00	0,00
B	4/10	626	41,76	36,81	46,75
	10/16	49	3,27	1,91	5,08
	16/32	5	0,33	0,07	0,70
	> 32	0	0,00	0,00	0,00
Summe		1499	100,00		

Tab. 9: Erwartete Anzahl in einer Halden-Stichprobe mit einem Volumen von 1 L, mit 95%-Konfidenzintervall. (P: Porenbeton, N: Naturstein, Z: Ziegel / Rotstein, K: Kalksandstein, B: Betonbruch.)

Material	Körnung	Unterprobe										Summe
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
P	4/10	0	0	0	0	263	0	3	3	4	2	275
	10/16	0	0	0	0	14	1	0	0	0	0	15
	16/32	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	2
	> 32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N	4/10	572	320	38	106	160	127	75	62	128	333	1921
	10/16	6	6	1	31	34	16	13	2	5	13	127
	16/32	42	2	0	16	1	0	0	0	0	9	70
	> 32	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	2
Z	4/10	236	26	1813	109	336	34	264	1578	793	1083	6272
	10/16	5	1	28	28	19	4	20	113	75	23	316
	16/32	34	4	0	5	1	0	0	0	0	5	49
	> 32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K	4/10	183	94	54	11	79	109	26	6	43	220	825
	10/16	1	3	5	7	16	9	5	0	2	26	74
	16/32	11	0	1	0	0	0	2	0	0	6	20
	> 32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	4/10	608	1900	261	1628	563	1347	489	552	1263	191	8802
	10/16	0	51	26	1	101	181	181	17	24	50	632
	16/32	41	2	0	0	13	0	19	2	0	1	78
	> 32	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
	Summe	1739	2409	2228	1942	1603	1828	1097	2335	2337	1963	19481

Tab. 10: Resultat der Probenahme aus der Modellhalde. Angegeben sind die Anzahlen der vorgefundenen Objekte. Volumen jeder Unterprobe: 1 L, P: Porenbeton, N: Naturstein, Z: Ziegel / Rotstein, K: Kalksandstein, B: Betonbruch.

Material	Körnung	Unterprobe										Summe
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
P	4/10	0,00	0,00	0,00	0,00	16,41	0,00	0,27	0,13	0,17	0,10	1,41
	10/16	0,00	0,00	0,00	0,00	0,87	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,08
	16/32	0,00	0,00	0,00	0,00	0,12	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01
	> 32	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
N	4/10	32,89	13,28	1,71	5,46	9,98	6,95	6,84	2,66	5,48	16,96	9,86
	10/16	0,35	0,25	0,04	1,60	2,12	0,88	1,19	0,09	0,21	0,66	0,65
	16/32	2,42	0,08	0,00	0,82	0,06	0,00	0,00	0,00	0,00	0,46	0,36
	> 32	0,00	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,01
Z	4/10	13,57	1,08	81,37	5,61	20,96	1,86	24,07	67,58	33,93	55,17	32,20
	10/16	0,29	0,04	1,26	1,44	1,19	0,22	1,82	4,84	3,21	1,17	1,62
	16/32	1,96	0,17	0,00	0,26	0,06	0,00	0,00	0,00	0,00	0,25	0,25
	> 32	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
K	4/10	10,52	3,90	2,42	0,57	4,93	5,96	2,37	0,26	1,84	11,21	4,23
	10/16	0,06	0,12	0,22	0,36	1,00	0,49	0,46	0,00	0,09	1,32	0,38
	16/32	0,63	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,18	0,00	0,00	0,31	0,10
	> 32	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
B	4/10	34,96	78,87	11,71	83,83	35,12	73,69	44,58	23,64	54,04	9,73	45,18
	10/16	0,00	2,12	1,17	0,05	6,30	9,90	16,50	0,73	1,03	2,55	3,24
	16/32	2,36	0,08	0,00	0,00	0,81	0,00	1,73	0,09	0,00	0,05	0,40
	> 32	0,00	0,00	0,00	0,00	0,06	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01

Tab. 11: Prozentuale Zusammensetzung der 10 Halden-Unterproben und ihrer Summe (P: Porenbeton, N: Naturstein, Z: Ziegel / Rotstein, K: Kalksandstein, B: Betonbruch).

Material	Körnung	Unterprobe										Gesamt
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
P	4/10	2,86	2,86	2,86	2,86	13,54	2,86	2,59	2,74	2,69	2,76	1,45
	10/16	0,47	0,47	0,47	0,47	0,41	0,41	0,47	0,47	0,47	0,47	0,39
	16/32	0,27	0,27	0,27	0,27	0,14	0,27	0,27	0,27	0,27	0,27	0,26
	> 32	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
N	4/10	20,37	0,76	10,82	7,07	2,54	5,58	5,69	9,87	7,05	4,44	2,66
	10/16	0,01	0,08	0,29	1,26	1,79	0,54	0,85	0,25	0,12	0,33	0,32
	16/32	2,28	0,05	0,13	0,69	0,07	0,13	0,13	0,13	0,13	0,33	0,23
	> 32	0,00	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,01
Z	4/10	13,34	25,84	54,46	21,30	5,95	25,06	2,85	40,66	7,02	28,26	5,28
	10/16	2,71	2,96	1,74	1,56	1,81	2,78	1,17	1,84	0,21	1,83	1,38
	16/32	1,69	0,10	0,27	0,01	0,20	0,27	0,27	0,27	0,27	0,01	0,01
	> 32	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
K	4/10	2,06	4,56	6,04	7,89	3,53	2,50	6,09	8,20	6,62	2,75	4,23
	10/16	0,54	0,48	0,38	0,24	0,40	0,11	0,14	0,60	0,51	0,72	0,22
	16/32	0,50	0,13	0,09	0,13	0,13	0,13	0,05	0,13	0,13	0,17	0,03
	> 32	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
B	4/10	6,21	37,70	29,46	42,66	6,05	32,51	3,40	17,53	12,87	31,44	4,01
	10/16	2,60	0,48	1,43	2,55	3,70	7,30	13,90	1,87	1,57	0,05	0,65
	16/32	2,09	0,18	0,27	0,27	0,54	0,27	1,47	0,18	0,27	0,22	0,13
	> 32	0,00	0,00	0,00	0,00	0,06	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01

Tab. 12: Abweichung zwischen den beobachteten Anteilen [%] der Objekttypen in der Modellhalden-Stichprobe und den erwarteten Anteilen in Prozentpunkten. Grau unterlegte Zellen markieren Fehler größer als die akzeptierten 5 Prozentpunkte. (P: Porenbeton, N: Naturstein, Z: Ziegel / Rotstein, K: Kalksandstein, B: Betonbruch.)

Material	Körnung	Unterprobe										Gesamt
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
P	4/10	100	100	100	100	473	100	90	96	94	96	51
	10/16	100	100	100	100	87	88	100	100	100	100	83
	16/32	100	100	100	100	53	100	100	100	100	100	96
	> 32	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
N	4/10	163	6	86	56	20	45	45	79	56	35	21
	10/16	4	25	87	379	537	163	256	74	36	99	96
	16/32	1713	38	100	518	53	100	100	100	100	244	170
	> 32	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
Z	4/10	50	96	202	79	22	93	11	151	26	105	20
	10/16	90	99	58	52	60	93	39	61	7	61	46
	16/32	634	38	100	3	77	100	100	100	100	4	6
	> 32	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
K	4/10	24	54	71	93	42	30	72	97	78	32	50
	10/16	90	79	63	40	66	18	24	100	86	121	37
	16/32	375	100	66	100	100	100	37	100	100	129	23
	> 32	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
B	4/10	15	92	72	104	15	79	8	43	31	76	10
	10/16	100	19	55	98	142	281	535	72	60	2	25
	16/32	785	69	100	100	204	100	550	68	100	81	50
	> 32	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Tab. 13: Relative Abweichung der Anteile der Objekttypen von den erwarteten Anteilen in Prozent, bezogen auf den erwarteten Anteil. Grau unterlegte Zellen markieren relative Fehler größer als 10%. Fälle, in denen kein relativer Fehler berechnet werden kann, weil die erwartete Anzahl Null ist, sind durch --- gekennzeichnet. (P: Porenbeton, N: Naturstein, Z: Ziegel / Rotstein, K: Kalksandstein, B: Betonbruch.)

Zitierte Veröffentlichungen

Krooß, J.; Stolz, P.; Thurmann, U.; Wosniok, W.; Peek, R.-D.; Giese, H. (1998): Statistisch ermittelte Hintergrundkonzentrationen für Schwermetall- und Holzschutzmittel-Wirkstoffgehalte naturbelassener Althölzer. Holz-Zentralblatt 46, 689-695

Pinheiro, J.C.; Bates, D.M. (1995): Approximations to the Log-likelihood Function in the Nonlinear Mixed-effects Model. Journal of Computational and Graphical Statistics, (4), 12 - 35.

R Development Core Team (2006). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Wien. ISBN 3-900051-07-0, URL http://www.R-project.org.

Sachs, L.; Hedderich, J. (2006): Angewandte Statistik. Springer, Berlin.

SAS Institute Inc. (2003): SAS/STAT 9.13. Cary, N.C:

Weis, N.; Thurmann, U.; Wosniok, W. (2001): Probenahmeverfahren für geschredderte Gebrauchtholzsortimente. Holz als Roh- und Werkstoff 59, 1-8.

Berichte aus der Technomathematik ISSN 1435-7968

http://www.math.uni-bremen.de/zetem/berichte.html

— Vertrieb durch den Autor —

Reports **Stand: 8. Januar 2007**

98–01. Peter Benner, Heike Faßbender:
An Implicitly Restarted Symplectic Lanczos Method for the Symplectic Eigenvalue Problem, Juli 1998.

98–02. Heike Faßbender:
Sliding Window Schemes for Discrete Least-Squares Approximation by Trigonometric Polynomials, Juli 1998.

98–03. Peter Benner, Maribel Castillo, Enrique S. Quintana-Ortí:
Parallel Partial Stabilizing Algorithms for Large Linear Control Systems, Juli 1998.

98–04. Peter Benner:
Computational Methods for Linear–Quadratic Optimization, August 1998.

98–05. Peter Benner, Ralph Byers, Enrique S. Quintana-Ortí, Gregorio Quintana-Ortí:
Solving Algebraic Riccati Equations on Parallel Computers Using Newton's Method with Exact Line Search, August 1998.

98–06. Lars Grüne, Fabian Wirth:
On the rate of convergence of infinite horizon discounted optimal value functions, November 1998.

98–07. Peter Benner, Volker Mehrmann, Hongguo Xu:
A Note on the Numerical Solution of Complex Hamiltonian and Skew-Hamiltonian Eigenvalue Problems, November 1998.

98–08. Eberhard Bänsch, Burkhard Höhn:
Numerical simulation of a silicon floating zone with a free capillary surface, Dezember 1998.

99–01. Heike Faßbender:
The Parameterized SR Algorithm for Symplectic (Butterfly) Matrices, Februar 1999.

99–02. Heike Faßbender:
Error Analysis of the symplectic Lanczos Method for the symplectic Eigenvalue Problem, März 1999.

99–03. Eberhard Bänsch, Alfred Schmidt:
Simulation of dendritic crystal growth with thermal convection, März 1999.

99–04. Eberhard Bänsch:
Finite element discretization of the Navier-Stokes equations with a free capillary surface, März 1999.

99–05. Peter Benner:
Mathematik in der Berufspraxis, Juli 1999.

99–06. Andrew D.B. Paice, Fabian R. Wirth:
Robustness of nonlinear systems and their domains of attraction, August 1999.

99–07. Peter Benner, Enrique S. Quintana-Ortí, Gregorio Quintana-Ortí:
Balanced Truncation Model Reduction of Large-Scale Dense Systems on Parallel Computers, September 1999.

99–08. Ronald Stöver:
Collocation methods for solving linear differential-algebraic boundary value problems, September 1999.

99–09. Huseyin Akcay:
Modelling with Orthonormal Basis Functions, September 1999.

99–10. Heike Faßbender, D. Steven Mackey, Niloufer Mackey:
Hamilton and Jacobi come full circle: Jacobi algorithms for structured Hamiltonian eigenproblems, Oktober 1999.

99–11. Peter Benner, Vincente Hernández, Antonio Pastor:
On the Kleinman Iteration for Nonstabilizable System, Oktober 1999.

99–12. Peter Benner, Heike Faßbender:
A Hybrid Method for the Numerical Solution of Discrete-Time Algebraic Riccati Equations, November 1999.

99–13. Peter Benner, Enrique S. Quintana-Ortí, Gregorio Quintana-Ortí:
Numerical Solution of Schur Stable Linear Matrix Equations on Multicomputers, November 1999.

99–14. Eberhard Bänsch, Karol Mikula:
Adaptivity in 3D Image Processing, Dezember 1999.

00–01. Peter Benner, Volker Mehrmann, Hongguo Xu:
Perturbation Analysis for the Eigenvalue Problem of a Formal Product of Matrices, Januar 2000.

00–02. Ziping Huang:
Finite Element Method for Mixed Problems with Penalty, Januar 2000.

00–03. Gianfrancesco Martinico:
Recursive mesh refinement in 3D, Februar 2000.

00–04. Eberhard Bänsch, Christoph Egbers, Oliver Meincke, Nicoleta Scurtu:
Taylor-Couette System with Asymmetric Boundary Conditions, Februar 2000.

00–05. Peter Benner:
Symplectic Balancing of Hamiltonian Matrices, Februar 2000.

00–06. Fabio Camilli, Lars Grüne, Fabian Wirth:
A regularization of Zubov's equation for robust domains of attraction, März 2000.

00–07. Michael Wolff, Eberhard Bänsch, Michael Böhm, Dominic Davis:
Modellierung der Abkühlung von Stahlbrammen, März 2000.

00–08. Stephan Dahlke, Peter Maaß, Gerd Teschke:
Interpolating Scaling Functions with Duals, April 2000.

00–09. Jochen Behrens, Fabian Wirth:
A globalization procedure for locally stabilizing controllers, Mai 2000.

00–10. Peter Maaß, Gerd Teschke, Werner Willmann, Günter Wollmann:
Detection and Classification of Material Attributes – A Practical Application of Wavelet Analysis, Mai 2000.

00–11. Stefan Boschert, Alfred Schmidt, Kunibert G. Siebert, Eberhard Bänsch, Klaus-Werner Benz, Gerhard Dziuk, Thomas Kaiser:
Simulation of Industrial Crystal Growth by the Vertical Bridgman Method, Mai 2000.

00–12. Volker Lehmann, Gerd Teschke:
Wavelet Based Methods for Improved Wind Profiler Signal Processing, Mai 2000.

00–13. Stephan Dahlke, Peter Maass:
A Note on Interpolating Scaling Functions, August 2000.

00–14. Ronny Ramlau, Rolf Clackdoyle, Frédéric Noo, Girish Bal:
Accurate Attenuation Correction in SPECT Imaging using Optimization of Bilinear Functions and Assuming an Unknown Spatially-Varying Attenuation Distribution, September 2000.

00–15. Peter Kunkel, Ronald Stöver:
Symmetric collocation methods for linear differential-algebraic boundary value problems, September 2000.

00–16. Fabian Wirth:
The generalized spectral radius and extremal norms, Oktober 2000.

00–17. Frank Stenger, Ahmad Reza Naghsh-Nilchi, Jenny Niebsch, Ronny Ramlau:
A unified approach to the approximate solution of PDE, November 2000.

00–18. Peter Benner, Enrique S. Quintana-Ortí, Gregorio Quintana-Ortí:
Parallel algorithms for model reduction of discrete–time systems, Dezember 2000.

00–19. Ronny Ramlau:
A steepest descent algorithm for the global minimization of Tikhonov–Phillips functional, Dezember 2000.

01–01. Efficient methods in hyperthermia treatment planning:
Torsten Köhler, Peter Maass, Peter Wust, Martin Seebass, Januar 2001.

01–02. Parallel Algorithms for LQ Optimal Control of Discrete-Time Periodic Linear Systems:
Peter Benner, Ralph Byers, Rafael Mayo, Enrique S. Quintana-Ortí, Vicente Hernández, Februar 2001.

01–03. Peter Benner, Enrique S. Quintana-Ortí, Gregorio Quintana-Ortí:
Efficient Numerical Algorithms for Balanced Stochastic Truncation, März 2001.

01–04. Peter Benner, Maribel Castillo, Enrique S. Quintana-Ortí:
Partial Stabilization of Large-Scale Discrete-Time Linear Control Systems, März 2001.

01–05. Stephan Dahlke:
Besov Regularity for Edge Singularities in Polyhedral Domains, Mai 2001.

01–06. Fabian Wirth:
A linearization principle for robustness with respect to time-varying perturbations, Mai 2001.

01–07. Stephan Dahlke, Wolfgang Dahmen, Karsten Urban:
Adaptive Wavelet Methods for Saddle Point Problems - Optimal Convergence Rates, Juli 2001.

01–08. Ronny Ramlau:
Morozov's Discrepancy Principle for Tikhonov regularization of nonlinear operators, Juli 2001.

01–09. Michael Wolff:
Einführung des Drucks für die instationären Stokes–Gleichungen mittels der Methode von Kaplan, Juli 2001.

01–10. Stephan Dahlke, Peter Maaß, Gerd Teschke:
Reconstruction of Reflectivity Desities by Wavelet Transforms, August 2001.

01–11. Stephan Dahlke:
Besov Regularity for the Neumann Problem, August 2001.

01–12. Bernard Haasdonk, Mario Ohlberger, Martin Rumpf, Alfred Schmidt, Kunibert G. Siebert:
h–p–Multiresolution Visualization of Adaptive Finite Element Simulations, Oktober 2001.

01–13. Stephan Dahlke, Gabriele Steidl, Gerd Teschke:
Coorbit Spaces and Banach Frames on Homogeneous Spaces with Applications to Analyzing Functions on Spheres, August 2001.

02–01. Michael Wolff, Michael Böhm:
Zur Modellierung der Thermoelasto-Plastizität mit Phasenumwandlungen bei Stählen sowie der Umwandlungsplastizität, Februar 2002.

02–02. Stephan Dahlke, Peter Maaß:
An Outline of Adaptive Wavelet Galerkin Methods for Tikhonov Regularization of Inverse Parabolic Problems, April 2002.

02–03. Alfred Schmidt:
A Multi-Mesh Finite Element Method for Phase Field Simulations, April 2002.

02–04. Sergey N. Dachkovski, Michael Böhm:
A Note on Finite Thermoplasticity with Phase Changes, Juli 2002.

02–05. Michael Wolff, Michael Böhm:
Phasenumwandlungen und Umwandlungsplastizität bei Stählen im Konzept der Thermoelasto-Plastizität, Juli 2002.

02–06. Gerd Teschke:
Construction of Generalized Uncertainty Principles and Wavelets in Anisotropic Sobolev Spaces, August 2002.

02–07. Ronny Ramlau:
TIGRA – an iterative algorithm for regularizing nonlinear ill–posed problems, August 2002.

02–08. Michael Lukaschewitsch, Peter Maaß, Michael Pidcock:
Tikhonov regularization for Electrical Impedance Tomography on unbounded domains, Oktober 2002.

02–09. Volker Dicken, Peter Maaß, Ingo Menz, Jenny Niebsch, Ronny Ramlau:
Inverse Unwuchtidentifikation an Flugtriebwerken mit Quetschöldämpfern, Oktober 2002.

02–10. Torsten Köhler, Peter Maaß, Jan Kalden:
Time-series forecasting for total volume data and charge back data, November 2002.

02–11. Angelika Bunse-Gerstner:
A Short Introduction to Iterative Methods for Large Linear Systems, November 2002.

02–12. Peter Kunkel, Volker Mehrmann, Ronald Stöver:
Symmetric Collocation for Unstructured Nonlinear Differential-Algebraic Equations of Arbitrary Index, November 2002.

02–13. Michael Wolff:
Ringvorlesung: Distortion Engineering 2
Kontinuumsmechanische Modellierung des Materialverhaltens von Stahl unter Berücksichtigung von Phasenumwandlungen, Dezember 2002.

02–14. Michael Böhm, Martin Hunkel, Alfred Schmidt, Michael Wolff:
Evaluation of various phase-transition models for 100Cr6 for application in commercial FEM programs, Dezember 2002.

03–01. Michael Wolff, Michael Böhm, Serguei Dachkovski:
Volumenanteile versus Massenanteile - der Dilatometerversuch aus der Sicht der Kontinuumsmechanik, Januar 2003.

03–02. Daniel Kessler, Ricardo H. Nochetto, Alfred Schmidt:
A posteriori error control for the Allen-Cahn Problem: circumventing Gronwall's inequality, März 2003.

03–03. Michael Böhm, Jörg Kropp, Adrian Muntean:
On a Prediction Model for Concrete Carbonation based on Moving Interfaces - Interface concentrated Reactions, April 2003.

03–04. Michael Böhm, Jörg Kropp, Adrian Muntean:
A Two-Reaction-Zones Moving-Interface Model for Predicting $Ca(OH)_2$ Carbonation in Concrete, April 2003.

03–05. Vladimir L. Kharitonov, Diederich Hinrichsen:
Exponential estimates for time delay systems, May 2003.

03–06. Michael Wolff, Michael Böhm, Serguei Dachkovski, Günther Löwisch:
Zur makroskopischen Modellierung von spannungsabhängigem Umwandlungsverhalten und Umwandlungsplastizität bei Stählen und ihrer experimentellen Untersuchung in einfachen Versuchen, Juli 2003.

03–07. Serguei Dachkovski, Michael Böhm, Alfred Schmidt, Michael Wolff:
Comparison of several kinetic equations for pearlite transformation in 100Cr6 steel,
Juli 2003.

03–08. Volker Dicken, Peter Maass, Ingo Menz, Jenny Niebsch, Ronny Ramlau:
Nonlinear Inverse Unbalance Reconstruction in Rotor dynamics,
Juli 2003.

03–09. Michael Böhm, Serguei Dachkovski, Martin Hunkel, Thomas Lübben, Michael Wolff:
Übersicht über einige makroskopische Modelle für Phasenumwandlungen im Stahl,
Juli 2003.

03–10. Michael Wolff, Friedhelm Frerichs, Bettina Suhr:
Vorstudie für einen Bauteilversuch zur Umwandlungsplastizität bei der perlitischen Umwandlung des Stahls 100 Cr6,
August 2003.

03–11. Michael Wolff, Bettina Suhr:
Zum Vergleich von Massen- und Volumenanteilen bei der perlitischen Umwandlung der Stähle 100Cr6 und C80,
September 2003.

03–12. Rike Grotmaack, Adrian Muntean:
Stabilitätsanalyse eines Moving-Boundary-Modells der beschleunigten Karbonatisierung von Portlandzementen,
September 2003.

03–13. Alfred Schmidt, Michael Wolff, Michael Böhm:
Numerische Untersuchungen für ein Modell des Materialverhaltens mit Umwandlungsplastizität und Phasenumwandlungen beim Stahl 100Cr6 (Teil 1),
September 2003.

04–01. Liliana Cruz Martin, Gerd Teschke:
A new method to reconstruct radar reflectivities and Doppler information,
Januar 2004.

04–02. Ingrid Daubechies, Gerd Teschke:
Wavelet based image decomposition by variational functionals,
Januar 2004.

04–03. N. Guglielmi, F. Wirth, M. Zennaro:
Complex polytope extremality results for families of matrices,
März 2004.

04–04. I. Daubechies, G. Teschke:
Variational image restoration by means of wavelets: simultaneous decomposition, deblurring and denoising,
April 2004.

04–05. V.L. Kharitonov, E. Plischke:
Lyapunov matrices for time-delay systems,
April 2004.

04–06. Ronny Ramlau:
On the use of fixed point iterations for the regularization of nonlinear ill-posed problems,
Juni 2004.

04–07. Christof Büskens, Matthias Knauer:
Higher Order Real-Time Approximations In Optimal Control of Multibody-Systems For Industrial Robots,
August 2004.

04–08. Christof Büskens, Roland Griesse:
Computational Parametric Sensitivity Analysis of Perturbed PDE Optimal Control Problems with State and Control Constraints,
August 2004.

04–09. Christof Büskens:
Higher Order Real-Time Approximations of Perturbed Control Constrainted PDE Optimal Control Problems ,
August 2004.

04–10. Christof Büskens, Matthias Gerdts:
Differentiability of Consistency Functions,
August 2004.

04–11. Robert Baier, Christof Büskens, Ilyes Aïssa Chama, Matthias Gerdts:
Approximation of Reachable Sets by Direct Solution Methods of Optimal Control Problems,
August 2004.

04–12. J. Soares, G. Teschke, M. Zhariy:
A Wavelet Regularization for Nonlinear Diffusion Equations,
September 2004.

05–01. Alfred Schmidt, Adrian Muntean, Michael Böhm:
Numerical experiments with Self-Adaptive Finite Element Simulations in 2D for the Carbonation of Concrete,
April 2005.

05–02. Sebastian A. Meier, Malte A. Peter, Adrian Muntean, Michael Böhm:
Modelling and simulation of concrete carbonation with internal layers,
April 2005.

05–03. Malte A. Peter, Adrian Muntean, Sebastian A. Meier, Michael Böhm:
Modelling and simulation of concrete carbonation: competition of several carbonation reactions,
April 2005.

05–04. Adrian Muntean, Sebastian A. Meier, Malte A. Peter, Michael Böhm, Jörg Kropp:
A note on limitations of the use of accelerated concrete-carbonation tests for service-life predictions,
April 2005.

05–05. Sergey Dashkovskiy, Björn S. Rüffer, Fabian R. Wirth:
An ISS Small-Gain Theorem for General Networks,
Juni 2005.

06–01. Prof. Dr. Christof Büskens, Peter Lasch:
Suboptimal Improvement of the classical Riccati Controller,
März 2006.

06–02. Michael Wolff, Michael Böhm:
Transformation-induced plasticity in steel - general modelling, analysis and parameter identification,
April 2006.

06–03. Adrian Muntean, Michael Böhm:
A sharp-interface moving-boundary system modeling carbonation penetration in concrete,
April 2006.

06–04. Michael Wolff, Michael Böhm,Sebastian Meier:
Modellierung der Wechselwirkung von Kohlenstoff-Diffusion und ferritischen Phasenumwandlungen für einen untereutektoiden unlegierten Stahl,
Mai 2006.

06–05. Adrian Muntean:
Error bounds on a semi-discrete finite element approximation of the weak solution to a one phase moving-boundary system describing concrete carbonation,
Mai 2006.

06–06. Sergey Dashkovskiy, Björn S. Rüffer, Fabian R. Wirth:
Construction of ISS Lyapunov functions for networks,
Juli 2006.

06–07. Adrian Muntean, Michael Böhm:
Length scales in the concrete carbonation process and water barrier effect: a matched asymptotics approach,
September 2006.

06–08. Werner Wosniok, Hakan Aycil, Jens-J. Lau, Ronald Stöver:
Mathematische Modelle zur Realisierung repräsentativer Bauschuttprobennahmen und ihre Überprüfung in der Praxis,
Dezember 2006.