



13. Übung

Binomialverteilung, Regressionsgerade

Präsenzübungen (für 10.-12.7.)

1. Erläutern Sie die nachfolgende Umformung Schritt für Schritt. Dabei ist \bar{x} der übliche Mittelwert der einzelnen x -Werte.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 &= \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2) \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n 2x_i\bar{x} + \sum_{i=1}^n \bar{x}^2 \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\bar{x} \sum_{i=1}^n x_i + \bar{x}^2 \sum_{i=1}^n 1 \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\bar{x} \cdot n\bar{x} + \bar{x}^2 \cdot n \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \end{aligned}$$

2. Sie haben folgende Messtabelle:

x	-3	2	3	6	8	14
y	11	9	5	1	-2	-6

- a. Berechnen Sie händisch die Ausgleichsgerade.
b. Zeichnen Sie Daten und Ausgleichsgerade in ein Diagramm.

Hausübungen (Abgabe: Mo, 16.7.) (das ist die letzte Übung zum Abgeben)

3. In einem Bernoulli-Experiment kann die Trefferw' $p_1 = 0,3$ sein oder $p_2 = \frac{1}{3}$. Um das zu entscheiden führen Sie $n = 60$ Experimente durch.
- a. Wie groß sind für die beiden alternativ zu entscheidenden W' die Erwartungswerte?
- b. Man setzt folgende Entscheidungsregel: Hat man 18 oder weniger Treffer, so entscheidet man sich für die kleinere W' p_1 , bei 19 oder mehr Treffern für die größere W' p_2 .
- i. Wie groß ist die W', dass man sich fälschlicher Weise für die kleinere W' entscheidet?
- ii. Wie groß ist die W', dass man sich fälschlicher Weise für die größere W' entscheidet?

Verwenden Sie die Computertabelle für die Binomialverteilung.

- c. Wie viele Versuche müssen Sie durchführen, damit die 2σ -Umgebung für die kleinere

W' von der 2σ -Umgebung für die größere W' getrennt ist? (Da wir hierfür keine Regel hergeleitet haben, sollen Sie n von Grund auf bestimmen. Beginnen Sie bei der Mathematisierung der Bedingung „Die beiden 2σ -Umgebungen liegen gerade nebeneinander“)

- d. Finden Sie für die in c. ermittelte Versuchszahl eine angemessene Entscheidungsregel.

4. Sie haben folgende Messtabelle:

x	-1	1	3	5	6	10
y	1	2	5	6	7	9

- Erzeugen Sie mit dem Computer ein Diagramm mit Ausgleichsgerade. Lassen Sie sich auch die Gleichung der Ausgleichsgeraden anzeigen.
 - Berechnen Sie händisch die Ausgleichsgerade.
 - Vergleichen Sie Ihre Rechnung mit der des Computers.
5. Für die 180 Studierenden der Mathematik sollen in der Universität Arbeitsplätze eingerichtet werden. Man schätzt, dass die Studierenden mit einer W' $p = 0,185$ in der Uni anwesend sind und arbeiten wollen. (Tatsächlich schwankt diese W' im Laufe des Tages erheblich, so dass diese Rechnung nur ein stark vereinfachtes Modell ist.)
- Es werden 35 Arbeitsplätze eingerichtet. Wie groß ist die W', dass diese nicht ausreichen?
 - Wie viele Arbeitsplätze muss man einrichten, damit die Anzahl mit einer W' von 95% auch ausreicht?

6. Eine abstrakte Aufgabe

Für ein Zufallsexperiment kann die Zufallsvariable X die Werte $k = 1$ bis 30 annehmen.

Für die Wahrscheinlichkeitsverteilung gilt $P(X = k) = \frac{k^2}{C}$ wobei C eine passend zu wählende Konstante ist.

- Berechnen Sie die Konstante C .
- Berechnen Sie den Erwartungswert $E(X)$.
- Berechnen Sie die Standardabweichung σ .

Nützliche Formeln: $\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1)$ $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left[\frac{1}{2}n(n+1) \right]^2 \quad \sum_{k=1}^n k^4 = \frac{1}{30}n(n+1)(6n^3 + 9n^2 + n - 1)$$