



11. Übung

Binomialverteilung, Erwartungswert allgemein

Präsenzübungen (für 26.-28.6.)

1. Es wird mit zwei Würfeln gewürfelt und jedem Ergebnis die Augensumme zugeordnet. Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für diese Zufallsgröße X in einer Tabelle an. Zeichnen Sie die W' verteilung als Stabdiagramm. Berechnen Sie Erwartungswert $E(X) = \mu$, Varianz $V(X)$ und Standardabweichung σ . Mit welcher W' liegt die Augensumme im Intervall $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$?
2. In einer Urne liegen n Kugeln mit den Zahlen 1 bis n . Es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Jeder Ziehung wird die Summe der beiden gezogenen Kugeln zugeordnet. Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für diese Zufallsgröße X an. Berechnen Sie den Erwartungswert $E(X) = \mu$. Warum handelt es sich hier nicht um ein Beispiel zur Binomialverteilung?

Hausübungen (Abgabe: Mo, 25.6.)

3. Ihnen wird folgendes Spiel angeboten: Sie würfeln mit 12 Würfeln und sollen die Anzahl S der erscheinenden „Sechsen“ vorhersagen. (*Beispiel: Sie schätzen $S = 3$*) Ist die tatsächlich geworfene Anzahl der „Sechsen“ kleiner als S , so bekommen Sie nichts ausgezahlt. Ist die tatsächlich geworfene Anzahl der „Sechsen“ genau die geschätzten S , so bekommen Sie S^2 Euro ausgezahlt. (*Beispiel: Bei 3 „Sechsen“ erhalten Sie 9 Euro*) Ist die tatsächlich geworfene Anzahl der „Sechsen“ größer als S , so bekommen Sie $2S$ Euro ausgezahlt. (*Beispiel: Bei mehr als 3 „Sechsen“ erhalten Sie 6 Euro*) (*Sie erkennen die Taktik des Spiels: Durch die höheren Auszahlungen sollen Sie zu einer höheren Schätzung S verleitet werden. Dann ist aber das Risiko größer, dass Sie gar nichts bekommen.*) Es sei X die Zufallsvariable für die Anzahl der Sechsen und A die Zufallsvariable für die Auszahlung. Verwenden Sie für das Berechnen der W' en die GeoGebra-Tabelle. Berechnen Sie für $S = 2, S = 3, S = 4$ und $S = 5$ jeweils $E(A)$. Welches ist also die für dieses Spiel günstigste Vorhersage?
4. Erkenntnisse zur Binomialverteilung
 - a. Berechnen Sie für die Binomialverteilung mit $n = 10$ und der Trefferw' $p = 0,4$ den Erwartungswert μ und die Streuung σ . Wie groß ist die W' , dass die Trefferzahl in dem Intervall $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$ liegt? (*Wert auf drei Stellen genau mit der Computertabelle ermitteln*) Zeichnen Sie dieses Intervall ein auf einer Zahlengeraden von 0 bis 10 mit 1cm für eine Einheit.
 - b. Rechnen Sie ebenso mit $n = 40$ und $p = 0,4$. Zeichnen Sie dieses Intervall ein auf einer Zahlengeraden von 0 bis 40 mit 1cm für vier Einheiten.

- c. Rechnen Sie ebenso mit $n = 100$ und $p = 0,4$.
Zeichnen Sie dieses Intervall ein auf einer Zahlengeraden von 0 bis 100 mit 1cm für zehn Einheiten.
 - d. Beschreiben Sie abschließend im Vergleich die drei grafischen Darstellungen.
5. (*Lebenshilfe für später, wenn Sie reich geworden sind* ☺).
- Schon wieder haben sich 50.000 € auf Ihrem laufenden Konto angesammelt und Sie fragen Ihren Bankberater nach einer günstigen Anlage. Er stellt zur Auswahl:
- a. Sie legen das Geld (50.000 €) auf ein normales Sparbuch und bekommen nach einem Jahr mit Sicherheit 2% Zinsen. Berechnen Sie den Erwartungswert für Ihren Besitz nach einem Jahr.
 - b. Er bietet Ihnen ein Wertpapiergeschäft an, das nach einem Jahr 8% Zinsen verspricht. Allerdings ist es mit einem gewissen Risiko behaftet. Wenn es gut geht, bekommen Sie Ihr Geld in voller Höhe mit den Zinsen ausgezahlt. Wenn es schlecht geht, verlieren Sie 50% des investierten Geldes, Zinsen gibt es dann natürlich auch nicht. Das Risiko dafür, dass es schief geht, schätzt er auf 10%. Berechnen Sie auch hier den Erwartungswert für Ihren Besitz nach einem Jahr.
 - c. „*Never put all your eggs in one basket*“ (*gängige Börsenweisheit*)
Er schlägt ihnen vor, das Geld in fünf Portionen zu je 10.000€ aufzuteilen und in fünf unabhängige Wertpapiere zu investieren. Unabhängig heißt, dass ein Papier schief laufen kann, ohne dass die anderen vier davon betroffen sind. Die Daten sind für alle die gleichen und so wie in b. beschrieben. Berechnen Sie auch hier wieder den Erwartungswert für Ihren Besitz nach einem Jahr.