

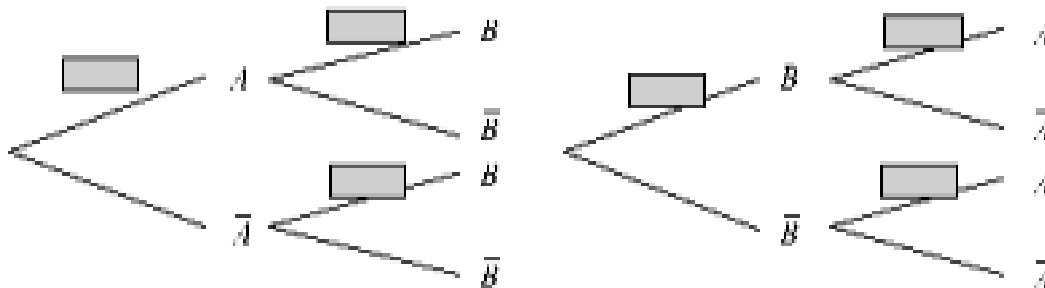
## 7. Übung

### Kombinatorische Berechnungen, bedingte Wahrscheinlichkeiten

Präsenzübungen (für 29.-31.5.12)

1. Die Autofirma D&M bezieht für ihr Modell „Tebal“ (es macht 75% der Gesamtproduktion aus) Anlasser von zwei Firmen, A und B. Meister Franz, seit 5 Jahren Inhaber einer Vertragswerkstatt, möchte sich einen Namen machen und führt genau Protokoll über die Fälle von defekten Anlassern. Man kann nämlich erst dann die Herstellerfirma des Anlassers feststellen, wenn er (wegen eines Defekts) ausgebaut wurde. Der Verdacht von Meister Franz ist nach einem Zeitraum von genau 300 Tagen und 160 Fahrzeugen des Modells „Tebal“ eindeutig belegt: 18 „Tebals“ hatten einen defekten Anlasser. Davon waren 12 von Firma A und 6 von Firma B. Er schreibt einen Bericht an die Zentrale mit den festgestellten Daten und dem abschließenden Verbesserungsvorschlag, von Firma A keine oder nur noch wenige Anlasser zu verwenden und im Modell „Tebal“ so weit es geht auf Firma B umzustellen. Unverständlicher Weise erhält Meister Franz von der Zentrale die Antwort, dass die Anlasser der beiden Firmen sehr wohl genau getestet wurden. Ein Großtest mit 150 Anlassern von jeder der beiden Firmen hat nach 100 Tagen ergeben, dass die Anlasser von Firma A verlässlicher sind (10% fielen im Test aus) als die von Firma B (15% fielen im Test aus). Aus diesem Grund hätte sich D&M schon vor geraumer Zeit zu genau dem Gegenteil des „Verbesserungsvorschlags“ von Meister Franz entschlossen, nämlich bei den Anlassern weitestgehend auf die der Firma A zu setzen. Meister Franz versteht die Welt nicht mehr, da seine Erfahrung und genauesten Aufzeichnungen ein deutlich anderes Bild gezeigt haben. Er vermutet, dass bei dem Test ahnungslose Stümper schlampig gearbeitet haben.
  - a. Diverse im Aufgabentext gegebenen Zahlwerte sind für die nachfolgenden Aufgabenteile unerheblich. Identifizieren Sie während der Lösung diese überflüssigen Werte.
  - b. Erläutern Sie, in wie fern Meister Franz und die Firmenleitung aneinander vorbei reden. Was hat die Firma gemessen, was Meister Franz? Verwenden Sie Fachbegriffe zur bedingten W’.
  - c. Berechnen Sie aus den oben gegebenen Daten, wie groß der Anteil der Zuliefererfirmen A und B bei der Ausrüstung von „Tebal“ mit Anlassern ist.

2. Bei der standardmäßigen Umkehrung eines Baumdiagramms haben wir kennen gelernt, dass die  $W'$  in einem Diagramm die  $W'$  im anderen eindeutig definieren. Beachtet man die Basisregel, dass die  $W'$ , die an den Zweigen von einem Knoten ausgehen, zusammen 1 ergeben müssen, so sind nur die im Diagramm markierten  $W'$  wesentlich. Die praktische Rechnung zeigt, dass man aber auch die drei gegebenen  $W'$  auf beide Diagramme verteilen kann.



- a. *Leichter Fall, da eine totale  $W'$  gegeben ist*  
Gegeben ist  $P(A) = 0,2$ ,  $P(B|A) = 0,8$  und  $P(A|B) = 0,4$ . Berechnen Sie alle  $W'$  in beiden Diagrammen.
- b. *Schwerer Fall, da keine totale  $W'$  gegeben ist*  
Gegeben ist  $P(B|A) = 0,7$ ,  $P(B|\bar{A}) = 0,4$  und  $P(A|B) = 0,6$ . Berechnen Sie alle  $W'$  in beiden Diagrammen.  
(Möglicher Ansatz: Stellen Sie für  $P(A)$  und  $P(B)$  ein Gleichungssystem mit zwei Unbekannten auf.)
3. In Übung 4 Aufgabe 4 ging es um das Würfeln einer großen Straße beim Kniffel (gleich beim ersten Wurf).
- a. Eine Studentin gibt als (Roh-) Lösung an  $P(\text{große Straße}) = 2 \cdot \frac{5!}{6^5}$ . Interpretieren Sie die drei Bestandteile der Lösung.
- b. Eine andere Studentin hat im Internet eine Lösungsformel gefunden: Würfelt man mit  $k$   $n$ -seitigen Würfeln (mit den Zahlen 1 bis  $n$  auf den Seiten und  $n \geq k$ ) und ist eine „große Straße“ das Ereignis, dass alle  $k$  Würfel aufeinander folgende Zahlen zeigen, so ist die  $W'$  für solch eine „große Straße“  $P(\text{große Straße}) = (n - k + 1) \cdot \frac{k!}{n^k}$ .  
Interpretieren Sie diese Lösungsformel. Hilfen:
- Fassen Sie speziell die große Straße 1, 2, 3, ...,  $k$  ins Auge. Wie groß ist die  $W'$ , genau diese Straße zu würfeln, wenn es nicht darauf ankommt, welcher Würfel welche dieser  $k$  Zahlen zeigt?
  - Welche großen Straßen außer 1, 2, 3, ...,  $k$  kann man noch werfen? Wie viele verschiedene Straßen kann es geben?
- c. Verbinden Sie a. und b.