



2. Übung

Ergebnisse, Ereignisse, Mengen, Ereignisalgebra

Präsenzübungen (für Di 24., Mi 25., Do 26.4.)

- Geben Sie für die folgenden Situationen jeweils eine möglichst einfache Ergebnismenge an.
 - Eine Münze wird zwei Mal geworfen, jede Münze kann Bild oder Zahl anzeigen.
 - Eine Spielmarke mit den Zahlen 1 und 2 und ein Würfel werden geworfen.
 - Eine Münze wird geworfen, bis „Kopf“ erscheint. Man achtet auf die Anzahl der notwendigen Würfe.
 - Eine Karte wird aus einem Stapel Spielkarten gezogen. Dabei interessiert einen nur
 - die „Farbe“ Kreuz, Pik,
 - ob es ein Ass ist oder nicht.
 - ob es Kreuz Bube ist oder nicht.
- Notieren Sie die Ergebnisse zu folgenden Ereignissen. Die Ergebnismengen sollen jeweils die aus Aufgabe 1 sein:
 - (1.a) Die beiden Münzen zeigen gleiche Ergebnisse.
 - (1.b) Die Summe beider Zahlen ist eine Primzahl.
 - (1.b) Das Produkt beider Zahlen ist mindestens 6.
 - (1.c) Man muss höchstens zwei Mal werfen.
- Mengendiagramme und Verknüpfungen, Mächtigkeiten berechnen
 - Zeichnen Sie zu $A \cup B$, $A \cap B$, $A \subseteq B$ und $\bar{A} = \Omega \setminus A$ jeweils ein Mengendiagramm (Venn-Diagramm).
 - In einer Klasse sind 10 Schüler in einem Fußballverein, 13 Schüler in einem Handballverein, 5 Schüler sowohl in einem Fußball- als auch Handballverein* und 4 sind in keinem solcher Vereine. Wie viele Schüler sind in der Klasse? Zeichnen Sie ein Mengendiagramm.
*Diese Schüler werden auch bei den Angaben für einen Verein mitgezählt.
 - Verallgemeinern Sie die Beispielaufgabe b. zur Regel: Die Anzahl der Elemente von $A \cup B$ berechnet man durch ... ?
- Wahrscheinlichkeitsaussagen interpretieren
Erläutern Sie über relative Häufigkeiten die Aussage. In welchem Fall ist das nicht möglich?
 - Wenn Sie beim Roulettspiel auf eine einzelne Zahl setzen, gewinnen Sie mit der Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{37}$.
 - Über eine Lostrommel wird gesagt: „Jedes Los gewinnt mit einer W' von 50%.“
 - „Die Gefährdung des Präsidenten ist hoch. Die W' für ein Attentat beträgt zur Zeit 30%.“

Hausübungen (Abgabe: Mo, 23.4.)

5. Entscheiden Sie für jeden Satz, ob er richtig oder falsch ist.
 - i. Ein Ereignis ist eine Menge von Ergebnissen.
 - ii. Ein Ereignis ist eine Teilmenge von Ω .
 - iii. Die σ -Algebra \mathcal{A} ist eine Teilmenge von Ω .
 - iv. Ω ist ein Element der σ -Algebra \mathcal{A} .
 - v. \emptyset ist ein Ereignis.

6. Ergebnismengen beschreiben
 - a. In einer Urne liegen 2 schwarze, 1 weiße und 3 blaue Kugeln. Es werden drei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Geben Sie Ω als Menge von 3-Tupeln an (d.h. die Reihenfolge wird berücksichtigt).
Zählen Sie die Ergebnisse auf, die zum Ereignis „wenigstens zwei Kugeln haben die gleiche Farbe“ gehören.
 - b. Das Geschlecht der Kinder in Familien mit bis zu drei Kindern wird protokolliert in der Reihenfolge ihres Alters. Geben Sie Ω vollständig an.

7. Mengen-Diagramme bei drei Mengen
 - a. In einer Musikklassse spielen alle Kinder mindestens ein Instrument. 15 Schüler spielen Blockflöte, 11 Geige, 13 Klavier, 4 Blockflöte und Klavier, 3 Blockflöte und Geige, 2 Geige und Klavier und ein Kind spielt alle drei. Zeichnen Sie ein Diagramm und berechnen Sie die Anzahl der Schüler, die insgesamt in dieser Aufzählung vorkommen. (*Schüler werden hier auch mehrfach gezählt, siehe Aufgabe 3.b*)
 - b. Geben Sie allgemein eine Berechnung für die Elemente von $A \cup B \cup C$ an.
 - c. Leiten Sie diese Formel her aus der in 3.c gefundenen Formel für die Anzahl der Elemente in $A \cup B$.

8. Gegeben ist $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$ und die beiden Ereignisse $E_1 = \{b\}$ und $E_2 = \{b, c, d\}$.
 - a. Erweitern Sie die Menge der Ereignisse so, dass sie eine Ereignisalgebra (σ -Algebra) \mathbf{A} darstellt. Vermeiden Sie, die vollständige Potenzmenge von Ω zu nehmen.
Anleitung: Prüfen Sie für E_1, E_2 und alle hinzukommenden Mengen, ob die drei Eigenschaften einer Ereignisalgebra erfüllt sind.
 - b. Es sei $P(E_1) = 0,2$ und $P(E_2) = 0,4$ die den Ereignissen E_1 und E_2 zugeordnete Wahrscheinlichkeit. Bestimmen Sie für alle in a. hinzugenommenen Ereignisse die Wahrscheinlichkeiten.

9. (Die abstrakte Aufgabe)
Es seien A und B zwei Mengen einer σ -Algebra \mathcal{A} . Leiten Sie aus den Grundeigenschaften einer σ -Algebra her, dass dann auch $A \cap B$ ein Element der σ -Algebra \mathcal{A} sein muss.