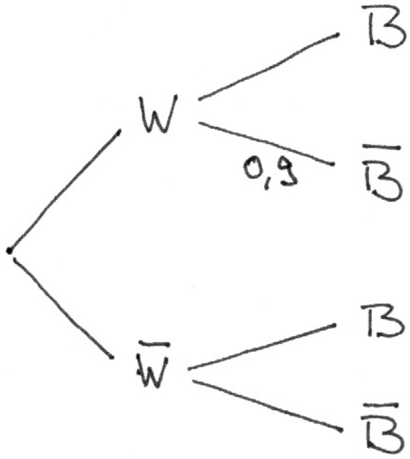
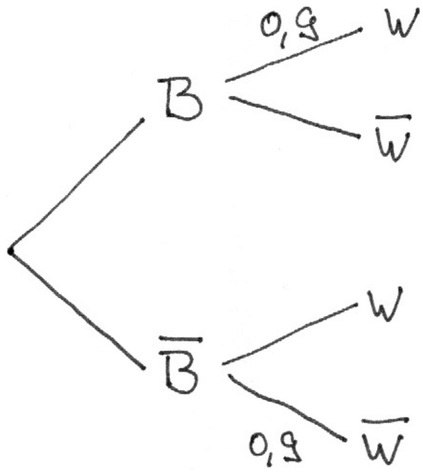
## PRÄSENZÜBUNGEN

1. Wir führen folgende Bezeichnungen ein:
   $W, \overline{W}$ man wohnt (nicht) in Walden
   $B, \overline{B}$ man ist für/gegen die Biogasanlage
   Dann ergeben sich die folgenden beiden Baumdiagramme, in die die gegebenen Informationen eingetragen sind.




Wir sehen, dass keine absolute W' P(W) oder P(B) gegeben ist. Also muss man zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten ansetzen.

1. $$P(B\cap W)=P(W)\cdot P(B|W)=P(B)\cdot P(W|B)$$
$$P(W)\cdot 0{,}1=P(B)\cdot 0{,}9$$

2. $$P(\overline{B}\cap W)=P(W)\cdot P(\overline{B}|W)=P(\overline{B})\cdot P(W|\overline{B})$$
$$P(W)\cdot 0{,}9=P(\overline{B})\cdot 0{,}1=(1-P(B))\cdot 0{,}1$$

Beide Ansätze führen dann zum Gleichungssystem:

1. $0{,}1\cdot P(W)-0{,}9\cdot P(B)=0$
2. $0{,}9\cdot P(W)+0{,}1\cdot P(B)=0{,}1$

Die 2. Gleichung wird mit 9 multipliziert und dann beide Gleichungen addiert.

8,2 P(W) = 0,9, also $P(W)=\frac{9}{82}\approx 0{,}110$.

Gleichung 1. liefert dann
$P(B)=\frac{1}{82}\approx 0{,}012$.

Mit diesen Werten kann man dann folgende Vier-Felder-Tafel für die 1640 Einwohner berechnen

| | W | $\overline{W}$ | |
|---|---|---|---|
| B | 18 | 2 | 20 |
| $\overline{B}$ | 162 | 1458 | 1620 |
| | 180 | 1460 | 1640 |

2. a. Treffer ist hier, die letzten 30 Jahre des 130-Jahre-Zeitraums zu treffen.

Also ist $p=\frac{30}{130}=\frac{3}{13}\approx 0{,}231$. Man macht $n$ = 5 Versuche und hat $k$ = 5 Treffer.

1. Lösungsweg: Abschätzen über $\mu$, $\sigma$

$$\mu=np=5\cdot\frac{3}{13}=\frac{15}{13}\approx 1{,}154 \quad \sigma=\sqrt{npq}=\sqrt{5\cdot\frac{3}{13}\cdot\frac{10}{13}}=\frac{1}{13}\sqrt{150}\approx 0{,}942$$

Für die einseitige 95%-5%-Grenze brauchen wir $\mu+1{,}6\sigma$. Das sind 2,66.
Tatsächlich haben wir aber 5 Treffer, so dass das hoch signifikant ist.
Man kann auch so argumentieren: 5 Treffer haben vom Erwartungswert 1,154 einen Abstand von 5 – 1,154 = 3,846 ≈ 4$\sigma$, was in hohem Maße signifikant ist.
2. Lösungsweg: Direktes Rechnen mit der Binomialverteilung

$$n=5,\ p=\frac{3}{13} \quad P(k=5)=p^5=\left(\frac{3}{13}\right)^5\approx 0{,}00065$$

Die W', die 5 „Treffer" nicht zu bekommen ist deutlich über 99%. Also sind die fünf Treffer signifikant.

(*Anmerkung: Die Abschätzung über* $\mu$, $\sigma$ *sollte man nur machen, wenn* $\sigma=\sqrt{np(1-p)}>3$ *ist, was hier nicht erfüllt ist, so dass der 2. Lösungsweg der deutlich bessere ist.*)

b. Analog gilt hier $p=\frac{3}{13}\approx 0{,}231$, man macht $n$ = 6 Versuche und hat $k$ = 5 Treffer.
1. Lösungsweg: Abschätzen über $\mu$, $\sigma$

$$\mu=np=6\cdot\frac{3}{13}=\frac{18}{13}\approx 1{,}385 \quad \sigma=\sqrt{npq}=\sqrt{6\cdot\frac{3}{13}\cdot\frac{10}{13}}=\frac{1}{13}\sqrt{180}\approx 1{,}032$$

$\mu+1{,}6\sigma\approx 3{,}04$. Auch hier sind 5 Treffer ein signifikantes Ergebnis.
2. Lösungsweg: Direktes Rechnen mit der Binomialverteilung

$$n=6,\ p=\frac{3}{13} \quad P(k\geq 5)=\binom{6}{5}p^5(1-p)+p^6=6\cdot\left(\frac{3}{13}\right)^5\cdot\left(\frac{10}{13}\right)+\left(\frac{3}{13}\right)^6\approx 0{,}0032$$

Die W', die 5 „Treffer" nicht zu bekommen ist auch noch deutlich über 99%. Also sind die fünf Treffer auch noch bei dieser Interpretation signifikant.