PPRÄSENZÜBUNGEN

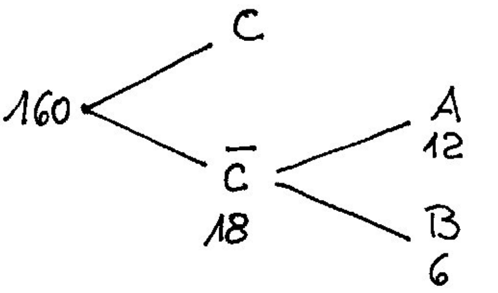
1. a) überflüssige Zahlangaben
75% der Gesamtproduktion, 5 Jahr Inhaber der Firma
Testzeitraum von Meister Franz waren 300 Tage
am Großtest waren 150 Anlasser beteiligt, er dauerte 100 Tage

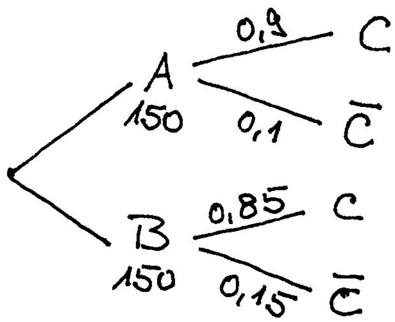
b)

Informationen zum Test von Meister Franz

Informationen zum Test der Firma D&M

A, B für Firma A bzw. B, C für Anlasser heil („correct"), $\overline{C}$ für Anlasser kaputt (nicht C)





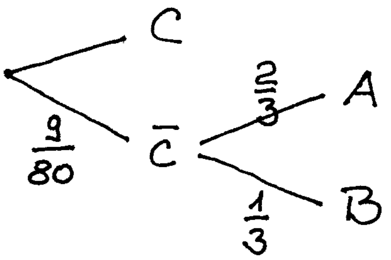
Meister Franz hat die W' gemessen für die Firma A bzw. B, nachdem feststand, dass der Anlasser kaputt ist.

Er hat festgestellt: $P(A|\overline{C}) = \frac{2}{3}$ und dementsprechend $P(B|\overline{C}) = \frac{1}{3}$.

Die Firma D&M hat im Großtest gemessen, wie groß die W'en für „in Ordnung" (C) oder „nicht in Ordnung" ($\overline{C}$) sind, wobei jeweils bekannt war, von welcher Firma A oder B die Anlasser waren. Sie haben festgestellt: $P(\overline{C}|A) = 0{,}1$ und $P(\overline{C}|B) = 0{,}15$.

Meister Franz und D&M sprechen also von verschiedenen („umgekehrten") bedingten W'.

c) Die Informationen von Meister Franz, geschrieben als W' im Baum, sind:



Im Baumdiagramm der Firma D&M ergänzen wir $P(A) = x$, folglich $P(B) = 1 - x$. In beiden Bäumen kann man $P\left(A \cap \overline{C}\right)$ über die Pfadregel berechnen.

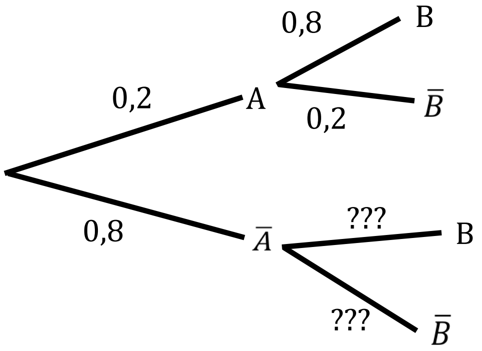
$$P\left(A \cap \overline{C}\right) = \frac{9}{80} \cdot \frac{2}{3} = x \cdot 0{,}1$$

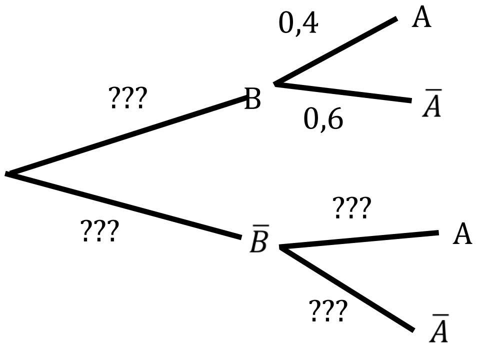
$$0{,}1x = \frac{3}{40} \quad |\cdot 10$$

$$x = \frac{3}{4}$$

Die Firma D&M baut also zu $\frac{3}{4}$ Anlasser der Firma A ein und nur zu $\frac{1}{4}$ der Firma B.

2. a)





In die beiden Diagramme wurden die bekannten Daten eingesetzt. Man kann sofort berechnen:

$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B|A)=P(B)\cdot P(A|B)$ Also $P(B)=\dfrac{P(A)\cdot P(B|A)}{P(A|B)}=\dfrac{0{,}2\cdot 0{,}8}{0{,}4}=0{,}4$

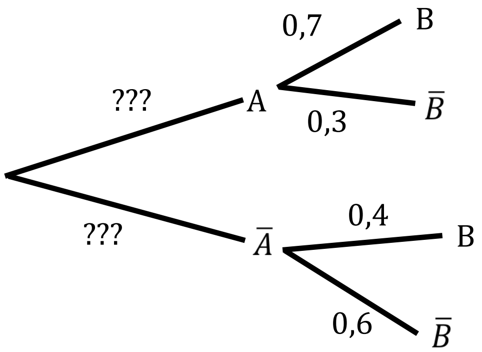
Dementsprechend gilt $P(A\cap \bar{B})=P(A)\cdot P(\bar{B}|A)=P(\bar{B})\cdot P(A|\bar{B})$. Also

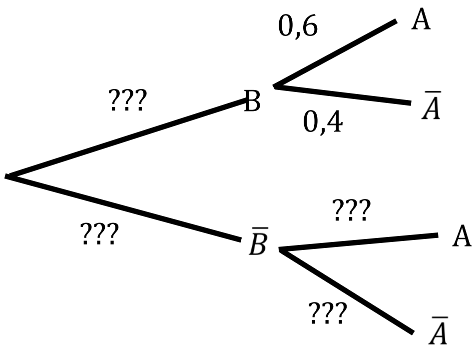
$$P(A|\bar{B})=\frac{P(A)\cdot P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B})}=\frac{0{,}2\cdot 0{,}2}{0{,}6}=\frac{1}{15}\approx 0{,}067$$

Ebenso gilt $P(\bar{A}\cap B)=P(\bar{A})\cdot P(B|\bar{A})=P(B)\cdot P(\bar{A}|B)$. Also

$$P(B|\bar{A})=\frac{P(B)\cdot P(\bar{A}|B)}{P(\bar{A})}=\frac{0{,}4\cdot 0{,}6}{0{,}8}=0{,}3$$

b.





Da keine totale W' gegeben ist, gibt es kein gemeinsames Ereignis, für das man in einem Baum die W' ausrechnen kann.
Ansatz mit zwei Unbekannten: P(A) und P(B)
1. Gleichung: $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B|A)=P(B)\cdot P(A|B)$
2. Gleichung, totale W' für B: $P(B)=P(A)\cdot P(B|A)+P(\bar{A})\cdot P(B|\bar{A})$
Einsetzen der konkreten Zahlen, P(A) = x, P(B) = y

$$\begin{aligned} x\cdot 0{,}7 &= y\cdot 0{,}6 \\ y &= x\cdot 0{,}7+(1-x)\cdot 0{,}4 \end{aligned} \quad \text{umgeformt} \quad \begin{aligned} 0{,}7x-0{,}6y&=0 \\ -0{,}3x+y&=0{,}4 \end{aligned}$$

Ergibt die Lösung $x=P(A)=\dfrac{6}{13}$ und $y=P(B)=\dfrac{7}{13}$

Die fehlende W' $P(A|\overline{B})$ erhält man über:

$$P\left(A\cap\overline{B}\right)=P\left(A\right)\cdot P\left(\overline{B}\,|\,A\right)=P\left(\overline{B}\right)\cdot P\left(A\,|\,\overline{B}\right)$$

Also $P\left(A\,|\,\overline{B}\right)=\dfrac{P\left(A\right)\cdot P\left(\overline{B}\,|\,A\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\dfrac{\frac{6}{13}\cdot 0{,}3}{\frac{6}{13}}=0{,}3$.

3. a. Die Lösung in Übung 4, Aufg. 4 lief über die Betrachtung „günstige Fälle durch alle Fälle“. Alle möglichen Fälle beim Würfeln mit 5 normalen Würfeln sind $6^5=7776$ Möglichkeiten. Betrachtet man die Straße 1, 2, 3, 4, 5, so gibt es 5! = 120 Möglichkeiten, dass die fünf Würfel diese Zeigen. Damit ist der Bruch $\frac{5!}{6^5}$ erläutert.

   Der Faktor 2 kommt daher, dass man mit 5 Würfeln zwei verschiedene Straßen bilden kann, nämlich 1, 2, 3, 4, 5 und 2, 3, 4, 5, 6. Damit ist die Lösung $P\left(\text{große Straße}\right)=2\cdot\frac{5!}{6^5}$ erklärt.

b. Hat man allgemein *k* Würfel mit *n* Seiten, so gibt es insgesamt n^k Würfelergebnisse.

i. Betrachtet man die konkrete Straße 1, 2, 3, ... , *k*, so kann diese auf k! Möglichkeiten mit den k Würfeln erzielt werden. Also ist die W' für diese Straße $P\left(1,2,3,\ldots,\mathrm{k}\right)=\frac{k!}{n^k}$.

ii. Außer 1, 2, 3, ... , *k* kann man noch weitere Straßen würfeln, nämlich 2, 3, 4, ... , *k*, *k*+1, 3, 4, 5, ... , *k*+2 u.s.w.
Die letzte Straße in dieser Auflistung ist *n*–*k*+1, *n*–*k*+2, *n*–*k*+3, ... , *n*.

Folglich gibt es *n*–*k*+1 verschiedene Straßen, die jede mit einer W' von $\frac{k!}{n^k}$ gewürfelt werden können.

Somit ist insgesamt $P\left(\text{große Straße}\right)=\left(n-k+1\right)\cdot\frac{k!}{n^k}$.

c. Das Ergebnis aus b. wendet man auf den konkreten Fall n = 6 und k = 5 an. Dann ist *n*–*k*+1 = 2 und erhält somit das Ergebnis $P\left(\text{große Straße}\right)=2\cdot\frac{5!}{6^5}$.