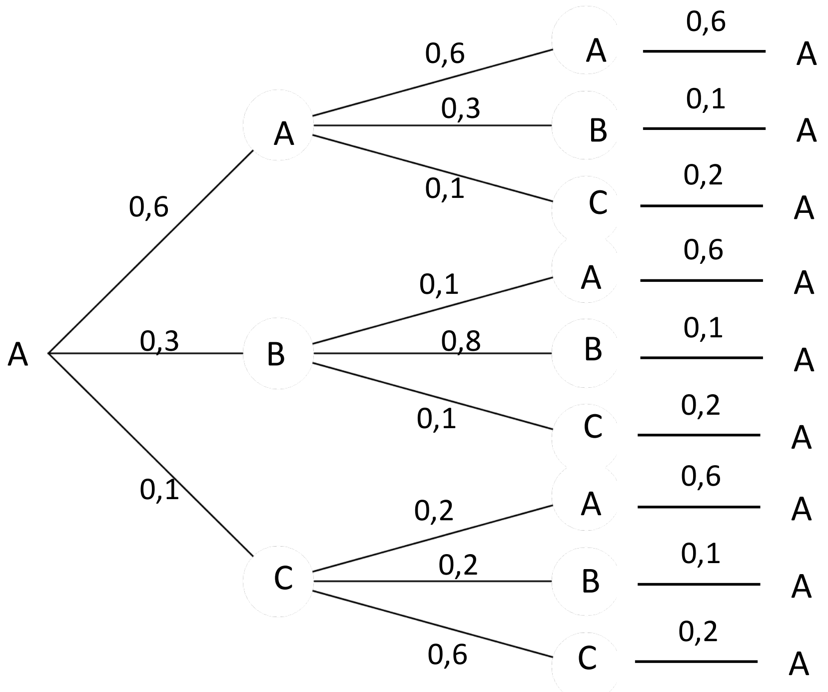
5. Übung Lösungen

PRÄSENZÜBUNGEN

1. **Lösung über Baumdiagramm**

Die einzelnen W' kann man aus dem Diagramm entnehmen bzw. muss die W' für das Verbleiben bei derselben Zeitschrift durch Ergänzung zu 1 berechnen. Das Diagramm ist auf der letzten Stufe verkürzt auf den Zweig zu A.
Dann erhält man für die Summe aller Pfadw':



0,6·(0,6·0,6 + 0,3·0,1 + 0,1·0,2) + 0,3·(0,1·0,6 + 0,8·0,1 + 0,1·0,2)
+ 0,1·(0,2·0,6 + 0,2·0,1 + 0,6·0,,2)
=0,6·0,41 + 0,3·0,16 + 0,1·0,26 = 0,32

Also mit der W' von etwa einem Drittel landet der Käufer von A bei dem 3. Kauf wieder bei A.

Lösung über eine Tabelle

Zeitschriftenfolge				Übergangsw'			
A	A	A	A	0,6	0,6	0,6	0,216
A	A	B	A	0,6	0,3	0,1	0,018
A	A	C	A	0,6	0,1	0,2	0,012
A	B	A	A	0,3	0,1	0,6	0,018
A	B	B	A	0,3	0,8	0,1	0,024
A	B	C	A	0,3	0,1	0,2	0,006
A	C	A	A	0,1	0,2	0,6	0,012
A	C	B	A	0,1	0,2	0,1	0,002
A	C	C	A	0,1	0,6	0,2	0,012
							0,32

Hier schreibt man die Pfade als Folge der Zeitschriften, die gekauft werden. Laut Aufgabenstellung startet man bei A und endet bei A. Dazwischen kann man zwei beliebige Zeitschriften kaufen, so dass auf diesen beiden Plätzen jeweils drei Möglichkeiten eingetragen werden können. Folglich gibt es 9 Zeitschriftenfolgen.

Dahinter stehen die Übergangsw', ganz rechts die Produkte. Das sind genau die Pfadw' aus dem obigen Baum. Die Summe ergibt wieder 0,32, also eine W' von fast einem Drittel.

2a) „x" wird von Geogebra als allgemeine Variable verwendet. Es wäre denkbar, „x" wegzulassen und einfach „==B1" zu schreiben.

b) „==" meint das vergleichende „gleich". übernommen aus der Programmiersprache C. Das einfache „=" ist das zuweisende „gleich".

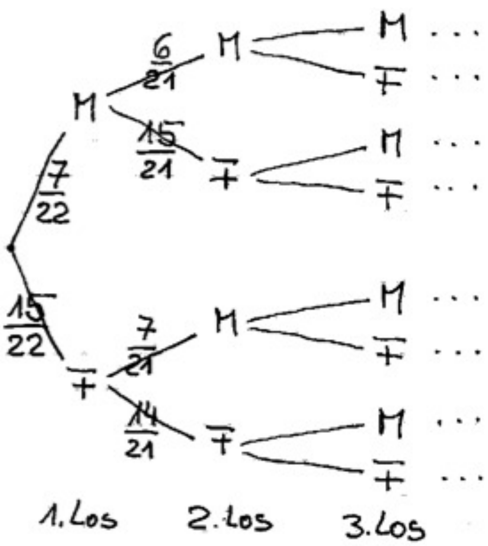
c Durch das $ ist der Bezug auf die Zellen A1 und A120 absolut. Diese Zellen werden beim Runterziehen der Formel genau so übernommen.

d. Es gibt 17 Mal das Ergebnis „1" im Bereich von A1 bis A120.

e. = ZähleWenn[x == B2, A1 : A120]

HAUSÜBUNGEN

3. **Lösung mit einem (prinzipiellen) Baum**



Das vollständige Baumdiagramm geht bis zum 6. Los und umfasst $2^6 = 64$ Pfade

1

5. Übung Lösungen

Die W' für den Pfad M-M-F-F-F-F ist dann

$$\frac{\cancel{7}}{\cancel{22}_{11}}\cdot\frac{\cancel{6}}{\cancel{21}_{7}}\cdot\frac{\cancel{15}}{\cancel{20}_{4}}\cdot\frac{\cancel{14}^{7}}{19}\cdot\frac{13}{\cancel{18}_{3}}\cdot\frac{\cancel{12}}{17}=\frac{7\cdot 13}{11\cdot 19\cdot 17}=\frac{91}{3553}\approx 0{,}0256$$ (1)

Jeder Pfad über 2 Mal „M" und 4 Mal „F" hat diese W'. Es gibt $\frac{6!}{2!\,4!}$ Pfade (allgem. Permutat.form.)

$= \frac{6\cdot 5}{2} = 15$

Also ist die W' für den Ausschuss aus zwei Männern und vier Frauen $15\cdot 0{,}0256 = 0{,}384$, also mehr als ein Drittel (1)

Lösung über Kombinatorik
W' = Anzahl der günstigen durch Anzahl aller Möglichkeiten

Das Ziehen geschieht ohne Zurücklegen, die Reihenfolge der Ziehung spielt keine Rolle.

Also sind alle Ziehungen: $\binom{22}{6}$

Die günstigen Möglichkeiten sind (analog zum Lotto) vier Ziehungen aus der Menge der Frauen kombiniert mit zwei Ziehungen aus den Männern: $\binom{15}{4}\cdot\binom{7}{2}$.

Folglich ist die W'

$$\frac{\binom{15}{4}\cdot\binom{7}{2}}{\binom{22}{6}}=\frac{15\cdot 14\cdot 13\cdot 12\cdot 7\cdot 6}{\cancel{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\cdot 1\cdot 2}\cdot\frac{\cancel{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\cdot 5\cdot 6}{22\cdot 21\cdot 20\cdot 19\cdot 18\cdot 17}=\frac{15\cdot 14\cdot 13\cdot 12\cdot 7\cdot 6}{22\cdot 21\cdot 20\cdot 19\cdot 18\cdot 17}\cdot\frac{5\cdot 6}{2}$$

womit wir auf die gleiche Rechnung kommen wie oben.
Demnach ist die W' für den Ausschuss aus zwei Männern und vier Frauen 0,384, also mehr als ein Drittel.

(3 Punkte)

4. Die Abbildung zeigt die Tabelle von GeoGebra mit sechs Zellen, in denen Zufallszahlen von 1 bis 49 ermittelt werden. Wie man sieht, ist die 42 doppelt, das Experiment muss also wiederholt werden. Wir arbeiten über das Gegenereignis: A= „Bei 6 Zufallszahlen tritt <u>keine</u> Zahl doppelt auf". Dann ist bei der ersten Zufallszahl die W' für „keine Wiederholung" 1, da es noch keine Zahl gibt, die noch einmal getroffen werden kann. Bei der 2.

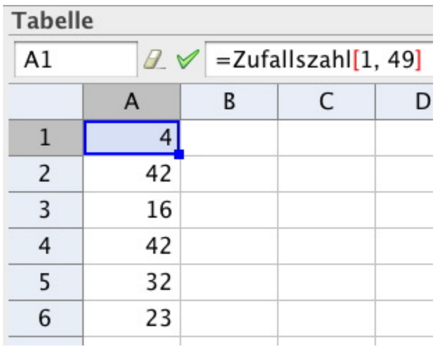


Tabelle
A1 =Zufallszahl[1, 49]

	A	B	C	D
1	4			
2	42			
3	16			
4	42			
5	32			
6	23			

Ziehung ist die W' für eine Wiederholung $\frac{1}{49}$, da die eine, bereits ermittelte Zahl wiederholt werden kann von insgesamt 49. Dann ist die W' für keine Wiederholung bei der zweiten Zahl $\frac{48}{49}$.

Folglich ist dann $P(A)=\frac{49}{49}\cdot\frac{48}{49}\cdot\frac{47}{49}\cdot\frac{46}{49}\cdot\frac{45}{49}\cdot\frac{44}{49}\approx 0{,}727$. Also ist die W' dafür, dass man das Experiment wiederholen muss, da doppelte Zahlen dabei sind, etwa
1 – 0,727 = 0,273, also deutlich über einem Viertel.
Ein Experiment mit der Tabelle ergab bei 20 Versuchen 6 Ergebnisse mit mehrfachen Zahlen.

(2 Punkte)

5.

Die Liste A1:A10 umfasst die ersten 10 Primzahlen. In B1 wird zufällig eine Position von 1 bis 10 bestimmt und in B2 dann die Primzahl an dieser Stelle gewählt. In B2 steht also zufällig eine der ersten zehn Primzahlen.

(1 Punkt)

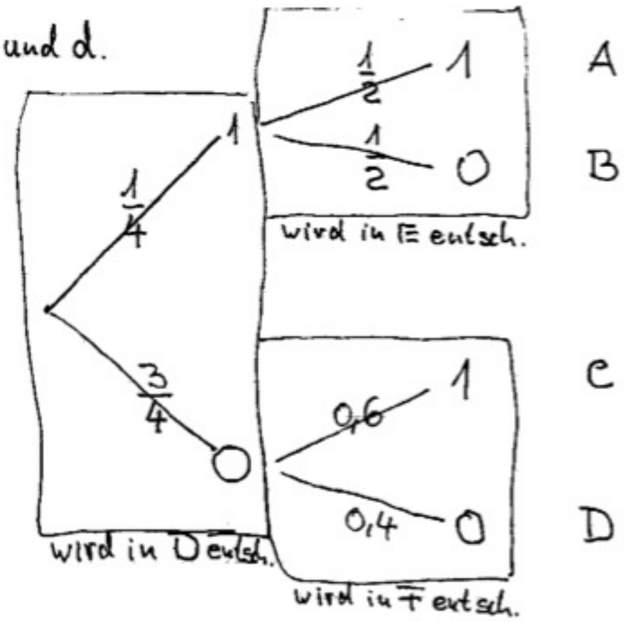
6.

a. Die Paare bewirken, dass in den Spalten D, E, F jeweils eine 0 und eine 1 steht 1

b. In G2 steht eine 1, also A wird gewählt, wenn D2 und E2 1 sind.
Dann sind D3 und E3 0.
Dann sind H2 = 1·0 = 0, I2 = 0· … = 0, J2 = 0· … = 0
Analog ergeben sich auch in den übrigen Fällen immer eine „1" und drei Mal „0". 1

5. Übung Lösungen

c. und d.



2

Also $P(A) = \frac{1}{8} \rightarrow 45^\circ$ $P(B) = \frac{1}{8} \rightarrow 45^\circ$ 1

$P(C) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{20} \rightarrow 162^\circ$ $P(D) = \frac{3}{\cancel{4}_2} \cdot \frac{\cancel{2}}{5} = \frac{3}{10} \rightarrow 108^\circ$