Sommersemester 2012
Dr. Reimund Albers

Stochastik
für Elementarmathematik in FBW

Klausur

Name:________________________________ Mat.Nr.:__________________

Schulschwerpunkt: Grund- ☐ oder Sekundar- ☐
bitte ankreuzen

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Summe
maximal	5	5	5	7	5	4	5	36
erreicht								

Zugelassene Hilfsmittel:
2 Blatt = 4 Seiten eigene Aufzeichnungen, Taschenrechner

Bitte weisen Sie sich durch einen Lichtbildausweis aus.

SoSe
2012

Grundsätzliches: Eine Klausur ist eine Gelegenheit, dem Prüfer zu zeigen, was Sie alles wissen. Es ist also in Ihrem Interesse, dass Ihre Ausführungen lesbar, verständlich und logisch nachvollziehbar sind. Für Studierende des Lehramts ist eine Klausur immer auch eine Prüfung für die Fähigkeit, mathematische Dinge klar und verständlich darzustellen.

Bitte beginnen Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt. Sie benötigen also mindestens 7 Blätter. Bitte schreiben Sie **nicht** auf das Aufgabenblatt.

1. Gegeben ist die Ergebnismenge $\Omega=\{a,b,c,d\}$ und die beiden Ereignisse $A_1=\{a,b,c\}$ und $A_2=\{b,c,d\}$. Man kennt deren W', nämlich $P(A_1)=0{,}4$ und $P(A_2)=0{,}8$.
   a. Es sei $A_3=\{b,c\}$. Berechnen Sie $P(A_3)$.
   b. Beurteilen Sie die nachfolgenden Sätze, ob sie wahr oder falsch sind. (*Sie müssen die Antwort **nicht** begründen oder bei falschen Aussagen eine richtige hinschreiben.*)
      i. Ein Ereignis ist eine Menge von Ergebnissen.
      ii. Ein Ereignis ist eine Teilmenge von Ω.
      iii. Die σ-Algebra $\mathcal{A}$ ist eine Teilmenge von Ω.
      iv. Ω ist ein Element der σ-Algebra $\mathcal{A}$.
      v. $\varnothing$ ist ein Ereignis.
      vi. Ein Ergebnis ist ein Element der σ-Algebra $\mathcal{A}$.

Bitte hier nicht schreiben, sondern Aufgabennummer und Antwort auf den Zettel für Aufgabe 1 schreiben.

2. Vor Ihnen stehen drei Urnen mit der Beschriftung A, B und C. In den Urnen liegen Kugeln mit folgenden Beschriftungen:
   Urne A: 1, 2, 3
   Urne B: 2, 3, 3
   Urne C: 3, 4, 4
   Sie werfen nun drei 1-Euro-Münzen. Zeigen die drei Münzen keine Zahl, gehen Sie leer aus (0 Punkte). Bei einer Zahl dürfen Sie in Urne A, bei zwei Zahlen in Urne B und bei 3 Zahlen in Urne C greifen und eine Kugel ziehen. Dieses ist dann Ihre Punktzahl.
   a. Berechnen Sie für alle möglichen Punktzahlen die W' und schreiben Sie dieses in einer übersichtlichen Tabelle auf.
   b. Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz für die Punktzahl.

3. Eine Umfrage zum Grillen hat folgendes Ergebnis geliefert (Anzahl der Antworten):

	$G=$"grillt gern"	$\overline{G}=$"grillt nicht gern"
$M=$"Mann"	240	60
$\overline{M}=$"Frau"	120	180

   Bestimmen Sie auf der Basis dieser Umfrage:
   a. $\mathrm{P}(G)$
   b. $\mathrm{P}(G|M)$
   c. $\mathrm{P}(M|G)$
   Schreiben Sie zu jedem Wert einen interpretierenden Antwortsatz.

4. Gegeben sind die folgenden n = 6 Messwertpaare:

x_i	-2	0	1	3	4	6
y_i	4	3	2	0	-1	-2

a. Berechnen Sie für die x- und y-Koordinaten die Mittelwerte $\overline{x}$ und $\overline{y}$.
b. Zeichnen Sie die sechs Messpunkte in ein Achsenkreuz und den „Schwerpunkt“ $\left(\overline{x};\overline{y}\right)$.
c. Zeichnen Sie per Augenmaß eine Ausgleichsgerade durch die sechs Messpunkte.
d. Berechnen Sie für die Ausgleichsgerade Steigung und y-Achsenabschnitt.

5.

a. Ein Hotel hat 43 Zimmer. Erfahrungsgemäß wird ein gebuchtes Zimmer nur zu 91% auch wirklich genutzt, also mit einer W’ von 9% bleibt es ungenutzt. Für eine Nacht gibt der Besitzer 47 Zusagen für Buchungen, in der Hoffnung, dass eben doch nicht alle kommen und daher die 43 Zimmer reichen.
Wie groß ist die W’, dass seine Zimmer tatsächlich reichen?
Zum Lösen der Aufgabe finden Sie vier Tabellen. Machen Sie in Ihrer Lösung deutlich, mit welcher Tabelle Sie arbeiten (müssen).

$n = 43 \quad p = 0{,}09$

k	P(X=k)	kumuliert	1 2 3 4 5 6 7 8 9 …
0	0.0173	0.0173 ..	X X
1	0.0737	0.091 ..	X X X X X X X
2	0.1531	0.2441 ..	X X X X X X X X X X X X X X X
3	0.2069	0.451 ..	X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X
4	0.2046	0.6556 ..	X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X
5	0.1578	0.8134 ..	X X X X X X X X X X X X X X X
6	0.0989	0.9123 ..	X X X X X X X X X
7	0.0517	0.964 ..	X X X X X
8	0.023	0.987 ..	X X
9	0.0088	0.9958 ..	
10	0.003	0.9988 ..	
11	0.0009	0.9997 ..	
12	0.0002	0.9999 ..	
13	0.0001	1 ..	
14	0	1 ..	
15	0	1 ..	
16	0	1 ..	
17	0	1 ..	
18	0	1 ..	

$n = 47 \quad p = 0{,}09$

k	P(X=k)	kumuliert	1 2 3 4 5 6 7 8 9 …
0	0.0119	0.0119 ..	X
1	0.0552	0.0671 ..	X X X X X X
2	0.1257	0.1928 ..	X X X X X X X X X X X X
3	0.1864	0.3792 ..	X X X X X X X X X X X X X X X X X X
4	0.2028	0.582 ..	X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X
5	0.1725	0.7545 ..	X X X X X X X X X X X X X X X X X
6	0.1194	0.8739 ..	X X X X X X X X X X X
7	0.0692	0.9431 ..	X X X X X X
8	0.0342	0.9773 ..	X X X
9	0.0147	0.9919 ..	X
10	0.0055	0.9974 ..	
11	0.0018	0.9993 ..	
12	0.0005	0.9998 ..	
13	0.0001	1 ..	
14	0	1 ..	
15	0	1 ..	
16	0	1 ..	
17	0	1 ..	
18	0	1 ..	

$n = 43 \quad p = 0{,}91$

k	P(X=k)	kumuliert	
27	0	0 ..	
28	0	0 ..	
29	0	0 ..	
30	0.0001	0.0001 ..	
31	0.0002	0.0003 ..	
32	0.0009	0.0012 ..	
33	0.003	0.0042 ..	
34	0.0088	0.013 ..	
35	0.023	0.036 ..	X X
36	0.0517	0.0877 ..	X X X X X
37	0.0989	0.1866 ..	X X X X X X X X X
38	0.1578	0.3444 ..	X X X X X X X X X X X X X X X
39	0.2046	0.549 ..	X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X
40	0.2069	0.7559 ..	X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X
41	0.1531	0.909 ..	X X X X X X X X X X X X X X X
42	0.0737	0.9827 ..	X X X X X X X
43	0.0173	1 ..	X
44	0	1 ..	
45	0	1 ..	
46	0	1	

$n = 47 \quad p = 0{,}91$

k	P(X=k)	kumuliert	
31	0	0 ..	
32	0	0 ..	
33	0	0 ..	
34	0.0001	0.0002 ..	
35	0.0005	0.0007 ..	
36	0.0018	0.0026 ..	
37	0.0055	0.0081 ..	
38	0.0147	0.0227 ..	X
39	0.0342	0.0569 ..	X X X
40	0.0692	0.1261 ..	X X X X X X
41	0.1194	0.2455 ..	X X X X X X X X X X X
42	0.1725	0.418 ..	X X X X X X X X X X X X X X X X X
43	0.2028	0.6208 ..	X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X
44	0.1864	0.8072 ..	X X X X X X X X X X X X X X X X X X
45	0.1257	0.9329 ..	X X X X X X X X X X X X
46	0.0552	0.9881 ..	X X X X X
47	0.0119	1 ..	X
48	0	1 ..	
49	0	1 ..	
50	0	1	

b. Ein Hotel mit 20 Zimmern und Gästen, die zu 90% erscheinen, gibt 22 Zusagen. Wie groß ist die W’, dass die 20 Zimmer nicht reichen? Rechnen Sie ohne Tabelle nur mit ihrem Taschenrechner. *(Verwenden Sie nur die vier Grundrechenarten und das Potenzieren)*

auf der Rückseite geht es weiter

6. Bei einer eingefahrenen, normierten Vergleichsarbeit fallen nach den bisherigen Erfahrungen 24% der teilnehmenden SchülerInnen durch. Eine Schulleiterin behauptet nun, dass ihre Schule eindeutig (= signifikant) besser sei. In ihrer Schule haben 66 SchülerInnen teilgenommen. Wie viele SchülerInnen dürfen höchstens durchgefallen sein, damit die Schulleiterin Recht hat (auf einem einseitigen Signifikanzniveau von 5%)?
   a. Rechnen Sie näherungsweise die Grenze aus, indem Sie mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung σ rechnen.
   b. Bestimmen Sie die Grenze mit Hilfe der rechts abgebildeten Tabelle für n = 66 und p = 0,24. Geben Sie eine eindeutige Antwort, bei der auch klar wird, zu welchem Bereich die Grenzzahl selbst zählt.

k	P(X=k)	kumuliert		1	2	3	4	5	6	7	8	9	…	…	.
0	0	0	..												
1	0	0	..												
2	0	0	..												
3	0	0	..												
4	0.0001	0.0001	..												
5	0.0004	0.0005	..												
6	0.0012	0.0017	..												
7	0.0033	0.005	..												
8	0.0077	0.0128	..												
9	0.0157	0.0285	..	X											
10	0.0283	0.0568	..	X	X										
11	0.0455	0.1023	..	X	X	X	X								
12	0.0659	0.1682	..	X	X	X	X	X	X						
13	0.0864	0.2546	..	X	X	X	X	X	X	X	X				
14	0.1033	0.3579	..	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
15	0.1131	0.471	..	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
16	0.1138	0.5848	..	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
17	0.1057	0.6905	..	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
18	0.0909	0.7814	..	X	X	X	X	X	X	X	X	X			
19	0.0725	0.8539	..	X	X	X	X	X	X	X					
20	0.0538	0.9077	..	X	X	X	X	X							
21	0.0372	0.9449	..	X	X	X									
22	0.024	0.969	..	X	X										
23	0.0145	0.9835	..	X											
24	0.0082	0.9917	..												
25	0.0044	0.9961	..												
26	0.0022	0.9982	..												
27	0.001	0.9993	..												
28	0.0004	0.9997	..												

7. Sie haben eine Spielmarke mit den Beschriftungen 1 und 2 und eine Urne mit den Kugeln 1, 3, 3, 3, 4, 5, 6. Sie ermitteln nun eine dreistellige Zahl, indem Sie zuerst die Spielmarke werfen und dann zwei Kugeln ohne Zurücklegen aber mit Berücksichtigung der Reihenfolge aus der Urne ziehen.
   Die so ermittelte Zahl ist eine Gewinnzahl, wenn von den drei Ziffern zwei gleich sind.
   (Die Liste rechts zeigt eine Simulation mit dem Computer. Gewinnzahlen sind grau markiert.)
   a. Wie viele <u>verschiedene</u> dreistellige Zahlen können Sie so ermitteln?
   b. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine Gewinnzahl zu erhalten?

1	4	5
2	3	3
2	3	5
1	5	3
2	3	6
2	6	4
2	5	4
1	1	4
2	3	6
1	3	6
2	3	6
2	3	4
1	3	5
2	3	1
1	5	3
2	4	1
2	5	3
2	3	5
1	4	1
2	5	3
2	4	6
2	3	3
1	5	1
1	6	3
2	1	5
1	5	1
2	4	3
2	3	5
2	3	3