Sommersemester 2011
Dr. Reimund Albers

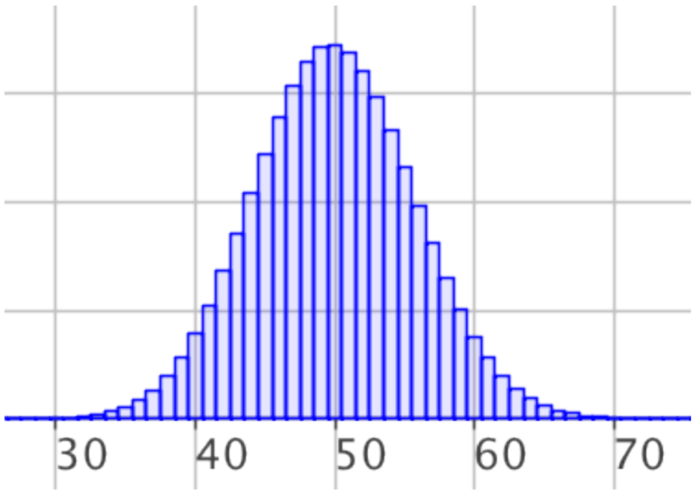
Stochastik
für Elementarmathematik in FBW

12. Übung
Binomialverteilung

Präsenzübungen (für 28.-30.6.)

1. Sie haben über eine Binomialverteilung gewisse Informationen. Sie sollen daraus jeweils n und p bestimmen.
   a. Sie kennen $\mu = 3$ und $\sigma = \frac{3}{2}$.
   b. Sie haben den nebenstehenden Ausschnitt aus der Tabelle mit den Spalten k und $P(X=k)$
   c. Sie haben das abgebildete Diagramm. Von den waagerechten Einteilungen wissen Sie, dass sie aus dem 1-2-5-Schema sind.

4	0.0029
5	0.0082
6	0.0187
7	0.0361
8	0.0598
9	0.0864
10	0.1102
11	0.1252
12	0.1278
13	0.118
14	0.099
15	0.0759
16	0.0534
17	0.0345
18	0.0206
19	0.0114
20	0.0058



Hausübungen (Abgabe: Mo, 4.7. *(das ist die vorletzte Übung, die Sie abgeben müssen)*)

2. In einem Container befinden sich 9000 Teile einer Produktion. Die Container enthalten Teile von ausgesucht guter Qualität (5 % defekte Teile) oder regulärer Qualität (15% defekte Teile). Die Kennzeichnung der Qualität ist verloren gegangen. Die Qualitätsstufe soll nun getestet werden. Für die nachfolgenden Tests zieht man die Teile natürlich ohne Zurücklegen. Gehen Sie (dennoch) näherungsweise davon aus, dass der Prozentsatz an defekten Teilen konstant bleibt.
   a. Sie testen 25 Teile und legen die Entscheidungsgrenze zwischen 2 und 3 defekte Teile.
      i. Formulieren Sie die Entscheidungsregel genau.
      ii. Wieso legt man die Entscheidungsregel zwischen 2 und 3? Argumentieren Sie mit den Erwartungswerten.
      iii. Wie groß ist die W', dass Sie einen Fehler machen? Beschreiben Sie die beiden möglichen Fehler in Bezug auf die konkrete Situation und berechnen Sie die jeweilige W'.
   b. Sie testen 55 Teile. Wohin legen Sie nun die Entscheidungsgrenze? Wie groß sind nun die W' für die möglichen Fehler?

c. Der Test eines Teils kostet 2€. Wenn Sie den Container fälschlicher Weise als reguläre Qualität verkaufen, erleiden Sie einen Verlust von 600€. Wenn Sie den Container fälschlicher Weise als gute Qualität verkaufen, schätzen Sie den Schaden durch einen verärgerten Kunden auf 500€. Lohnt sich der Mehraufwand für den umfangreicheren Test? Berechnen Sie in beiden Fällen den Erwartungswert der Verluste inklusive der Testkosten.

3. Bestimmen Sie, analog zur Präsenzübung, wieder *n* und *p* der zugrunde liegenden Binomialverteilung:
   a. Sie kennen $\mu = 10$ und $\sigma = 2{,}5$.
   b. Wenn Sie μ und σ vorgeben, warum müssen Sie dann $\sigma^2 < \mu$ beachten?
   c. Der Tabellenausschnitt zeigt in den Spalten die Werte für *k*, P(*X*=*k*) und die kumulierten W'werte.

24	0.0867	0.7139
25	0.0752	0.789
26	0.0617	0.8507
27	0.048	0.8987
28	0.0354	0.9341
29	0.0248	0.9589
30	0.0166	0.9755
31	0.0105	0.986
32	0.0063	0.9923
33	0.0037	0.996
34	0.002	0.998
35	0.0011	0.999
36	0.0005	0.9996
37	0.0003	0.9998
38	0.0001	0.9999
39	0	1
40	0	1

4. Eine Prüfung ist ein einfacher Ankreuztest (z.B. Führerscheinprüfung) aus 30 Fragen, die eindeutig falsch oder richtig beantwortet werden können. Ein sehr guter Kandidat kann die Fragen mit einer Sicherheit von 95% richtig beantworten. Ein schwacher Kandidat beantwortet die Fragen mit einer W' von 60% richtig.
   a. Wohin würden Sie die Grenze für das Bestehen des Testes legen? Warum?
   Nehmen Sie für die nachfolgenden Aufgabenteile an, dass man mit 6 oder weniger Fehlern die Prüfung besteht.
   b. Wie groß ist die W', dass ein sehr guter Kandidat die Prüfung besteht?
   c. Wie groß ist die W', dass ein schwacher Kandidat die Prüfung nicht besteht?
   d. Wie groß ist die Sicherheit für die einzelnen Fragen, wenn ein Prüfling die W' von 50% hat, die Prüfung zu bestehen? Erläutern Sie insbesondere hier Ihren Lösungsweg.

5. Sie möchten mit Ihrer Klasse im Experiment klären, welche Betrachtung beim Werfen von vier Münzen und der erzielten Anzahl der Zahlen richtig ist. Sie konzentrieren sich auf das Ergebnis: „Genau zwei Zahlen“.
   - Bei vier Münzen kann man 0, 1, 2, 3 oder 4 Zahlen haben. „Genau zwei Zahlen“ ist eine dieser 5 Möglichkeiten, also ist die W' $\frac{1}{5}$. **(Das ist falsch!)**
   - Unterscheidet man die Münzen, so kann jede Münze Zahl oder Adler zeigen. Das sind insgesamt $2^4 = 16$ Möglichkeiten. Davon zeigen $\binom{4}{2} = 6$ Fälle genau zwei Zahlen. Also ist die W' $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

Für eine verlässliche Trennschärfe des Experiments soll das Intervall $[\mu_1 - \sigma_1; \mu_1 + \sigma_1]$, das man für die W' $\frac{1}{5}$ erhält, von dem Intervall $[\mu_2 - \sigma_2; \mu_2 + \sigma_2]$, das man für die W' $\frac{3}{8}$ erhält, vollständig getrennt sein (disjunkt sein). Wie viele Versuche müssen Sie mit der Klasse insgesamt mindestens machen, damit das erfüllt ist?