

7. Übung

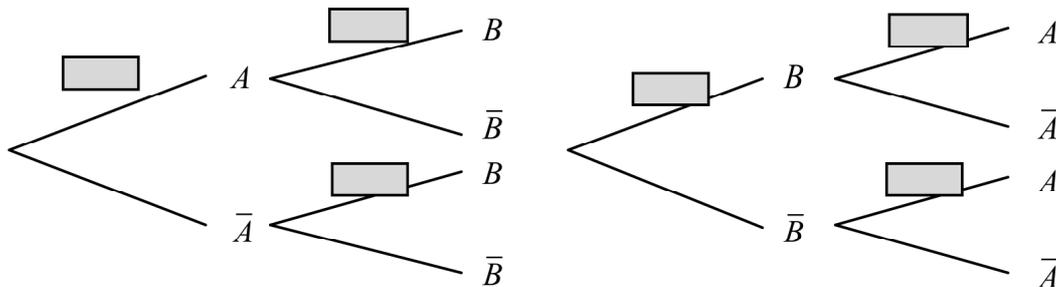
Kombinatorische Berechnungen, bedingte Wahrscheinlichkeiten

Präsenzübungen (für 24.-26.5.11)

1. Die Autofirma D&M bezieht für ihr Modell „Tebal“ (es macht 75% der Gesamtproduktion aus) Anlasser von zwei Firmen, A und B. Meister Franz, seit 5 Jahren Inhaber einer Vertragswerkstatt, möchte sich einen Namen machen und führt genau Protokoll über die Fälle von defekten Anlassern. Man kann nämlich erst dann die Herstellerfirma des Anlassers feststellen, wenn er (wegen eines Defekts) ausgebaut wurde. Der Verdacht von Meister Franz ist nach einem Zeitraum von genau 300 Tagen und 160 Fahrzeugen des Modells „Tebal“ eindeutig belegt: 18 „Tebals“ hatten einen defekten Anlasser. Davon waren 12 von Firma A und 6 von Firma B. Er schreibt einen Bericht an die Zentrale mit den festgestellten Daten und dem abschließenden Verbesserungsvorschlag, von Firma A keine oder nur noch wenige Anlasser zu verwenden und im Modell „Tebal“ so weit es geht auf Firma B umzustellen. Unverständlicher Weise erhält Meister Franz von der Zentrale die Antwort, dass die Anlasser der beiden Firmen sehr wohl genau getestet wurden. Ein Großtest mit 150 Anlassern von jeder der beiden Firmen hat nach 100 Tagen ergeben, dass die Anlasser von Firma A verlässlicher sind (10% fielen im Test aus) als die von Firma B (15% fielen im Test aus). Aus diesem Grund hätte sich D&M schon vor geraumer Zeit zu genau dem Gegenteil des „Verbesserungsvorschlags“ von Meister Franz entschlossen, nämlich bei den Anlassern weitestgehend auf die der Firma A zu setzen. Meister Franz versteht die Welt nicht mehr, da seine Erfahrung und genauesten Aufzeichnungen ein deutlich anderes Bild gezeigt haben. Er vermutet, dass bei dem Test ahnungslose Stümper schlampig gearbeitet haben.
 - a. Diverse im Aufgabentext gegebenen Zahlwerte sind für die nachfolgenden Aufgabenteile unerheblich. Identifizieren Sie während der Lösung diese überflüssigen Werte.
 - b. Erläutern Sie, in wie fern Meister Franz und die Firmenleitung aneinander vorbei reden. Was hat die Firma gemessen, was Meister Franz? Verwenden Sie Fachbegriffe zur bedingten W’.
 - c. Berechnen Sie aus den oben gegebenen Daten, wie groß der Anteil der Zuliefererfirmen A und B bei der Ausrüstung von „Tebal“ mit Anlassern ist.

Hausübungen (Abgabe: Mo, 30.5.11)

2. Bei der standardmäßigen Umkehrung eines Baumdiagramms haben wir kennen gelernt, dass die W' in einem Diagramm die W' im anderen eindeutig definieren. Beachtet man die Basisregel, dass die W' , die an den Zweigen von einem Knoten ausgehen, zusammen 1 ergeben müssen, so sind nur die im Diagramm markierten W' wesentlich. Die praktische Rechnung zeigt, dass man aber auch die drei gegebenen W' auf beide Diagramme verteilen kann.



- a. *Leichter Fall, da eine totale W' gegeben ist*
Gegeben ist $P(A) = 0,3$, $P(B|A) = 0,8$ und $P(A|B) = 0,6$. Berechnen Sie alle W' in beiden Diagrammen.
- b. *Schwerer Fall, da keine totale W' gegeben ist*
Gegeben ist $P(B|A) = 0,7$, $P(B|\bar{A}) = 0,4$ und $P(A|B) = 0,6$. Berechnen Sie alle W' in beiden Diagrammen.
(Möglicher Ansatz: Stellen Sie für $P(A)$ und $P(B)$ ein Gleichungssystem mit zwei Unbekannten auf.)
3. Diese Aufgabe ist eine Aufarbeitung der „Geburtstagsaufgabe“, in der es um die Frage ging, ob man bei der Anwendung des Urnenmodells mit oder ohne Berücksichtigung der Reihenfolge rechnen muss.
- a. Das Standardbeispiel für eine (versteckte) Berücksichtigung der Reihenfolge ist das gleichzeitige Würfeln.
Es werden 4 Würfel gleichzeitig geworfen. Wie groß ist die W' , dass genau ein Paar gewürfelt wurde?
- b. Das Standardbeispiel für eine Betrachtung ohne Berücksichtigung der Reihenfolge ist das Zerteilen von Teig.
In einem Teig sind 4 Rosinen. Der Teig wird in 6 Brötchen zerteilt und dabei werden die 4 Rosinen zufällig auf die Brötchen verteilt.
- Wie viele Verteilungen gibt es?
 - Es gibt 60 Verteilungen, bei denen genau ein Rosinenpaar auftritt. D.h. zwei Rosinen landen in einem Brötchen, die anderen beiden sind einzeln in ihren Brötchen. Beschreiben Sie eine kombinatorische Überlegung, die das Ergebnis 60 erläutert.
 - Wie groß ist bei dieser Betrachtung die W' für genau ein Paar? Vergleichen Sie mit dem Fall a., bei dem die Reihenfolge berücksichtigt wird.
- c. Laden Sie die Datei „Sim4Wuerfel200“ herunter und öffnen Sie sie. In der Datei wird in jeder Zeile ein vierfacher Würfelwurf simuliert und überprüft, ob genau ein Paar aufgetreten ist.
- Erläutern Sie die Formeln in den Spalten E, F, G und H.
Die erste Zeile wurde 200 Mal nach unten kopiert, so dass das Experiment in dieser Tabelle 200 Mal durchgeführt wird. Die relative Häufigkeit der Erfolge steht in Zelle I2. Rechnen Sie mit strg-R bzw. cmd-R die Tabelle erneut durch und protokollieren Sie die relative Häufigkeit in I2.

- ii. Bestätigt das Experiment die theoretische Berechnung in a.?
- d. Laden Sie die Datei „Sim9Permut“ herunter und öffnen Sie sie. In der Datei wird in Zeile 1 eine Permutation der Zahlen 1 bis 9 erzeugt.

Der Zellbereich von A2 bis J10 hat lediglich Hilfscharakter, um diese Permutation zu erzeugen.

In Zeile 11 wird aus der Permutation in Zeile 1 die Zerteilung des Teigs in Brötchen abgeleitet. Zeile 12 wertet diese Zerteilung aus und meldet in Zelle K12, ob genau ein Rosinenpaar aufgetreten ist.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		6	9	3	7	8	2	4	5	1	
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
3	2	2	2	2	2	2	4	5			
4	3	3	3	4	4	4	5				
5	4	4	4	5	5	5					
6	5	5	5	7	8						
7	6	7	7	8							
8	7	8	8								
9	8	9									
10	9										
11				R			R	R		R	Erfolg?
12			0	0	0	0	0	1	0	0	Ja
13											

- i. Erläutern Sie die Formeln in Zeile 11.
- ii. Erläutern Sie Formeln für die Auswertung in Zeile 12.
- iii. Die Tabelle simuliert das Experiment ein Mal. Wiederholen Sie das Experiment durch strg-R bzw. cmd-R 20 Mal und protokollieren Sie Ihr Ergebnis. Wird der theoretische Wert aus b. iii. bestätigt?