



5. Übung

Kombinatorik und Wahrscheinlichkeiten, Baumdiagramme

Präsenzübungen (für 10.-12.5.)

1. Für das Spiel Scrabble haben Sie ein kleines Spezialprogramm, das für die 8 Buchstaben, die man hat, eine alphabetisch geordnete Liste aller möglichen (auch unsinnigen) „8-buchstabigen Wörter“ ausgibt, die aus den 8 Buchstaben gebildet werden können. Kürzere, sinnvolle Wörter soll man als Teil eines 8-buchstabigen Wortes sehen. Sie haben die Buchstaben A, A, C, E, F, F, J, K
 - a. Wie viele „8-buchstabigen Wörter“ umfasst die Liste?
 - b. Welches (unsinnige) „8-buchstabigen Wortes“ steht an Position 40 der alphabetisch geordneten Liste?
 - c. Wie oft taucht in dieser Liste das sinnvolle Wort „JACKE“ als ein Bestandteil eines unsinnigen „8-buchstabigen Wortes“ auf?
 - d. An welcher Position der alphabetisch geordneten Liste sehen Sie zum ersten Mal den sinnvollen Teil „JACKE“?

Hausübungen (Abgabe: Mo, 16.5.)

2. Wie groß ist die W' , dass von 12 Personen 2 im gleichen Monat Geburtstag haben und die übrigen 10 mit ihrem Geburtsmonat allein sind? (*Die W' , in einem Monat geboren zu sein sollen hier der Einfachheit halber gleich wahrscheinlich sein.*)
3. Beim Totospiel wettet man auf 13 Fußballspiele. Zu jedem Spiel muss man eine von drei Ergebnismöglichkeiten ankreuzen: 1 – die Heimmannschaft gewinnt, 0 – unentschieden, 2 – die Auswärtsmannschaft gewinnt.
 - a. Es gibt insgesamt 3^{13} Möglichkeiten, einen Tipp abzugeben. Erläutern Sie diese Rechnung.
 - b. (*Wir nehmen nun an, dass jeder Tipp gleichberechtigt ist. Das ist allerdings nicht sehr realitätsnah, da gewisse Fußballspiele mit großer Sicherheit vorhersagbar sind.*) Wie groß ist die W' , dass Sie beim Tippen der 13 Spiele 2 Fehler und 11 Richtige haben?
4. Wie groß ist beim Werfen von fünf Würfeln (z.B. erster Wurf Kniffeln) die Wahrscheinlichkeit, dass fünf verschiedene, aufeinander folgende Zahlen auftauchen (beim Kniffeln „große Straße“ genannt, also 1,2,3,4,5 oder 2,3,4,5,6)?

5.

LOTTO Spieleinsatz : 62.942.211,00 €			
Gewinnklasse		Anzahl der Gewinner	Quote
Gewinnklasse 1	(6 Richtige + Superzahl)	Unbesetzt	19.235.976,10 €
Gewinnklasse 2	(6 Richtige)	3	839.229,40 €
Gewinnklasse 3	(5 Richtige + Zusatzzahl)	25	62.942,20 €
Gewinnklasse 4	(5 Richtige)	1.220	3.353,40 €
Gewinnklasse 5	(4 Richtige + Zusatzzahl)	3.751	167,80 €
Gewinnklasse 6	(4 Richtige)	76.251	41,20 €
Gewinnklasse 7	(3 Richtige + Zusatzzahl)	107.750	23,30 €
Gewinnklasse 8	(3 Richtige)	1.500.184	9,20 €
Jackpot Gewinnklasse 1 der nächsten Ziehung: 21.000.000,00 EUR			

Beim Lotto gibt es insgesamt $\binom{49}{6}$ verschiedene Tipps. Die Tabelle zeigt die Daten der Ausspielung von Samstag, den 3.5.08.

- Berechnen Sie $\binom{49}{6}$ exakt.
- Angenommen, wir hätten einen kompletten Tipp abgegeben, d.h. Lottoscheine, auf denen jeder der $\binom{49}{6}$ möglichen Tipps genau einmal vorkommt. Ein Tipp kostet 0,75 €. Wie viel investieren wir in diesen kompletten Tipp?
- Berechnen Sie für die Gewinnklassen 2 bis 8, wie viele Tipps jeweils in welche Gewinnklasse fallen.

Beispielansatz für Klasse 5, 4 Richtige mit Zusatzzahl: $\binom{6}{4} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{42}{1}$, denn

aus den 6 Gewinnzahlen werden 4 ausgewählt, aus der einen Zusatzzahl eine und aus den 42 „Nieten“ eine.

Berechnen Sie nun, wie viel Geld wir mit dem kompletten Tipp bei der in der obigen Liste dokumentierten Ausspielung gewonnen hätten.

- Berechnen Sie noch, wie viele unserer Tipps nur zwei Richtige, eine Richtige und gar keine Richtige haben und bilden Sie die Summe mit den Gewinn Tipps aus c. Alle zusammen sollten die Gesamtzahl der Tipps von $\binom{49}{6}$ ergeben.