



3. Übung

Berechnen von Wahrscheinlichkeiten, Baumdiagramme

Präsenzübungen (für 19.-21.4.)

- Ein Reisender wird bei der Kontrolle vor einem Flug mit einer selbstgebastelten Bombe erwischt. Im Verhör gibt er an, dass er das nur zur Erhöhung der Flugsicherheit gemacht habe. Ein Mathematik-Professor habe ihm bestätigt, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Bombe an Bord ca. ein Millionstel (10^{-6}) ist. Dann ist die W' für zwei Bomben gleichzeitig an Bord nur noch ein Billionstel (10^{-12}).
 - Stimmt die Aussage, dass die W' für zwei Bomben wirklich geringer ist? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm.
 - Machen Sie sich in einem Baumdiagramm klar, welche Situation der Fluggast mit der Bombe herstellt. Was ist der Unterschied zur Situation a. ? Erhöht er tatsächlich die Flugsicherheit?
- Im Text (rechts) ist von einer 99,9-prozentigen Wahrscheinlichkeit die Rede. Ist das wirklich die W' für das angegebene Ereignis? Wie kann man diese Angabe sinnvoll interpretieren?
- Laplace-Wahrscheinlichkeit
Für welche Zufallsexperimente ist die Laplace-Wahrscheinlichkeit eine angemessene Wahrscheinlichkeitsverteilung?
 - Werfen mit einer Münze (Zahl, Adler) und einem Würfel - Ergebnisse sind die Paare (Münzergebnis, Würfelzahl).
 - Geschlecht von Kindern bei der Geburt - Ergebnisse sind „Junge“ oder „Mädchen“
 - Lottospiel - Ergebnisse sind „Sechser“ oder „kein Sechser“
 - Lottospiel - Ergebnisse sind alle Gewinnmöglichkeiten: kein Gewinn, 3er, 3er m Z, 4er, 4er m Z, 5er, 5er m Z, 6er
 - Werfen mit zwei Würfeln - Ergebnisse sind die Augensummen 2 bis 12

Die Sorgen der Holly Marie Adams

Wer ist bloß der Vater?

Holly Marie Adams hatte in nur einer Nacht Sex mit zwei Männern. Die beiden Männer sind eineiige Zwillinge. Neun Monate später gebar sie ein entzückendes Mädchen. Doch woher in aller Welt soll Holly Marie Adams jetzt wissen, welcher der beiden potenziellen Väter das Kind gezeugt hat?? Beide Männer weisen ob der drohenden Unterhaltszahlungen die Schuld weit von sich: Der jeweils andere sei es gewesen.



Wer ist der Vater?? Kommen eineiige Zwillinge in Frage, bleibt das wohl ungeklärt.

Laut Test waren es beide

Kein Problem in der heutigen Zeit, dachte sich Holly Marie Adams, es gibt ja Gentests. Weit gefehlt! Bei jedem der Brüder, so ergab der Test, besteht eine 99,9-prozentige Wahrscheinlichkeit, dass er der Vater des Mädchens sei. Selbst wenn man den gesamten Chromosomensatz der Zwillinge untersuchte, würde man keinen Unterschied sehen, sagte der auf DNA-Analysen spezialisierte Gerichtsmediziner Bob Gaensslen im amerikanischen Fernsehen.

Hausübungen (Abgabe: Mo 2.5.)

4. In einer Schachtel liegen 3 Paar (= 6 einzelne) Socken, 1 Paar ist blau, die anderen 2 Paar sind grau. Ich ziehe nacheinander einzelne Socken heraus (da ich in die Schachtel nicht hineinsehen kann). Ich möchte gerne das Paar blaue Socken erwischen.
Wie groß ist die W' ,
 - a. dass ich sehr schnell das Paar blaue Socken erwische?
 - b. dass dieses Ziehen besonders lange dauert?
 - c. (Verallgemeinerung zu b.) In einer Urne liegen s schwarze und w weiße Kugeln. Wie groß ist die W' , dass ich erst im $s+1$ -ten Zug die erste weiße Kugel ziehe?
(Hinweis: Hier helfen kombinatorische Überlegungen wohl eher als ein Baumdiagramm.)
5. In einer Urne liegen sechs Kugeln, die mit den Zahlen 1 bis 6 beschriftet sind und zwei Kugeln ohne Aufschrift. Man zieht insgesamt drei Mal. Zieht man eine Kugel mit einer Zahl, behält man sie. Zieht man eine Kugel ohne Zahl, so legt man sie zurück. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der gezogenen Kugeln 4 oder mehr beträgt. Arbeiten Sie mit einem verkürzten Baum.
6. Bei einem Turnier soll so lange gespielt werden, bis eine Mannschaft 5 Siege errungen hat. Der Verlierer trägt die Kosten des Turniers von 4000 Euro. Beim Stand von 2 Siegen für A und 3 Siegen für B muss das Turnier abgebrochen werden. Die Mannschaften einigen sich darauf, dass die Kosten aufgeteilt werden sollen entsprechend der Chance, das Turnier zu gewinnen/verlieren.
 - a. Dabei wird für die nicht gespielten Spiele für die Mannschaften eine 50:50 Chance angenommen. Wie viel Euro müssen A bzw. B bezahlen?
 - b. Für die nicht gespielten Spiele wird nach dem aktuellen Turnierstand angenommen, dass A mit einer W' von 0,4 und B mit einer W' von 0,6 gewinnt. Wie viel Euro müssen A bzw. B in diesem Fall bezahlen?

(Solche Aufteilungsprobleme bei abgebrochenen Spielen spielten in der Geschichte der W' rechnung eine große Rolle.)
7. (die abstrakte Aufgabe)
Ist die Mächtigkeit einer Menge Ω gleich n , so ist die Mächtigkeit der Potenzmenge $\wp(\Omega)$ gleich 2^n .
(Die Potenzmenge zu einer Menge ist die Menge aller Teilmengen. Es gehören grundsätzlich die leere Menge \emptyset und Ω selbst immer zur Potenzmenge.)
 - a. Geben Sie zu $\Omega = \{a, b, c\}$ die Potenzmenge an. Bestätigen Sie die angegebene Regel für dieses Beispiel.
 - b. Begründen Sie die Regel durch kombinatorische Argumentation.
 - c. Beweisen Sie diese Aussage durch vollständige Induktion.