

Stochastik für Elementarmathematik in FBW

1. Übung Zufallszahlen, einfache Experimente

Präsenzübungen (für Di/Do 7.4.)

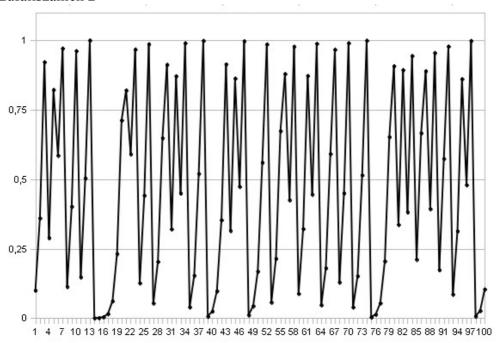
1. Zufallszahlen 1

Ein sehr einfacher Algorithmus für Zufallszahlen ist der "Quadratmitten"-Algorithmus. Man startet mit einer *n*-stelligen, natürlichen Zahl, quadriert diese und nimmt aus dem Ergebnis wieder die mittlere, *n*-stellige Zahl.

Beispiel: 2-stellig: $36 \rightarrow 36^2 = 1296 \rightarrow 29$

- a. Probieren Sie mit zweistelligen Zahlen einige Ketten. Wer erhält eine möglichst lange Kette oder Zyklus? Was geschieht letztlich mit den Ketten?
- b. Probieren Sie auch einmal vierstellige Zahlen.
- 2. Testen Sie ihre in der Vorlesung ausgedachte 01-Reihe auf Zahlenpaare. Welche Zahlenpaare können vorkommen? Wie häufig sind in Ihrer Reihe die verschiedenen Paare? Woran zeigt sich hier die "Menschlichkeit" der ausgedachten Reihe?

3. Zufallszahlen 2



Um 1945 herum haben Ulam und von Neumann mit der Folge $x_{n+1} = 4x_n(1-x_n)$ versucht, Pseudo-Zufallszahlen zu erzeugen. Das Diagramm zeigt den Verlauf mit der Startzahl $x_0 = 0,1$. Im Diagramm ist der Wertebereich in vier Teile geteilt. Diskutieren Sie, welche Tests für die Qualität der Zufallszahlen Sie anstellen wollen und testen Sie danach die Zufallszahlen. Wie beurteilen Sie insgesamt die vorliegende Folge als Zufallszahlen?

Hausübungen (Abgabe: Mo, 11.4.)

- 4. Wiederholung Prozentrechnung
 - a. Wie viel sind: 11% von 45, 15% von 1200, 0,5% von 280
 - b. Wie viel Prozent sind: 10 von 75, 18 von 341, 244 von 175
 - c. Schreiben Sie als Prozent: $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{20}$, 0,48, 0,021.
 - d. Der Verkaufspreis mit 19% Mehrwertsteuer beträgt 297,50 Euro. Wie groß ist der Nettopreis ohne Mehrwertsteuer?
 - e. Der Preis einer Straßenbahnkarte wird von 1,80 Euro auf 1,95 Euro erhöht. Wie groß ist die Preissteigerung in Prozent?
- 5. Können die Beatles Prozentrechnung?

Im Song "Taxman" singen die Beatles über die Steuerforderung:

Let me tell you how it will be;

There's one for you, nineteen for me.

'Cause I'm the taxman, Yeah, I'm the taxman.

Should five per cent appear too small,

Be thankful I don't take it all.

- a. Welchen Bruchteil will der "taxman" dem Steuerzahler lassen? Wie viel Prozent soll das angeblich sein? Passt das zusammen oder können die Beatles nicht rechnen?
- b. In den Siebziger Jahren betrug in Großbritannien der Spitzensteuersatz (für besonders Reiche) 95%. Bringen Sie das mit den Beatles-Song in Verbindung.
- 6. In einem Abwasserrohr werden zwei Filter eingebaut, durch die das Wasser nacheinander läuft und die das Wasser reinigen. Der erste Filter beseitigt 20% des Schmutzes, der zweite Filter 50%. Wie viel Prozent des ursprünglichen Schmutzes ist aus dem Abwasser beseitigt, nachdem es durch beide Filter gelaufen ist?
- 7. Das Ziegenproblem mit vier Türen

Das Ziegenspiel wird modifiziert: Es sind nun vier Türen. Hinter einer ist wieder ein Auto, hinter den anderen drei sind Ziegen. Nach der Wahl einer Tür öffnet der Spielleiter zwei Türen mit Ziegen. Lohnt es sich wieder, zu wechseln? Wie groß ist nun die Gewinnchance für den Wechsler gegenüber dem "Starrkopf"?

- 8. Der Zufallsgenerator eines Computers erzeugt Pseudo-Zufallszahlen von 0 bis 1. Diese Zahlen werden anschließend mit 3 multipliziert und dann (kaufmännisch) auf ganze Zahlen gerundet.
 - a. Welche Zahlen können dabei auftauchen?
 - b. Kann man davon ausgehen, dass langfristig alle möglichen Zahlen gleich häufig vorkommen werden? Welche Zahlen kommen ggfs. weniger häufig vor?