

Stochastik

0. Einführende Beispiele

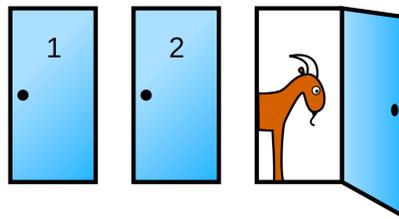
Diese Beispiele sind keine systematische Einführung, sondern sollen schlaglichtartig einige Eigenarten und Probleme der Stochastik beleuchten

0.1 Münzwurf ausdenken

Sie haben die Aufgabe, eine Münze 100 Mal hintereinander zu werfen. Sie möchten sich die Aufgabe sparen und denken sich einfach 100 Ergebnisse aus.

0.2 Das Ziegenproblem

Dieses Problem wurde in den USA heftig diskutiert.



Nehmen Sie an, Sie wären in einer Spielshow und hätten die Wahl zwischen drei Toren. Hinter einem der Tore ist ein Auto, hinter den anderen sind Ziegen. Sie wählen ein Tor, sagen wir, Tor Nummer 1, und der Showmaster, der weiß, was hinter den Toren ist, öffnet ein anderes Tor, sagen wir, Nummer 3, hinter dem eine Ziege steht. Er fragt Sie nun: 'Möchten Sie das Tor Nummer Zwei?' Ist es von Vorteil, die Wahl des Tores zu ändern? Man kann die Situation nun so interpretieren, dass man vor zwei Türen steht, von denen eine zum Auto, die andere zu einer Ziege führt. Entscheidet man sich für eine, ist die Wahrscheinlichkeit für das Auto 0,5. Tatsächlich sind die Wahrscheinlichkeiten aber nicht gleich (darum ging es in der Diskussion von ...).

Wir betrachten das Ziegenproblem nun mit zwei Personen, dem „Starrkopf“ (der wenig flexibel ist) und dem „Flexkopf“ (dieser wechselt grundsätzlich).

	1. getroffene Wahl		
Starrkopf	A	führt zu	A
	Z	führt zu	Z
	Z	führt zu	Z
Flexkopf	A	führt zu	Z
	Z	führt zu	A
	Z	führt zu	A

Für beide legt ihre Strategie, auf jeden Fall die erste Wahl beizubehalten bzw. zu wechseln, den weiteren Verlauf und auch das Endergebnis in eindeutiger Weise fest. Insbesondere gilt für den „Flexkopf“, dass er genau dann das Auto bekommt, wenn seine erste Wahl

zufällig auf eine Ziegentür fiel. Da die Wahrscheinlichkeit bei $\frac{2}{3}$ liegt, hat der Flexkopf eine höhere Chance auf das Auto.

0.3 Qualitätstest (Bedingte Wahrscheinlichkeit)

Dieses Beispiel soll zeigen, dass man für die korrekte Anwendung von statistischen Daten Fachkenntnis braucht, um vor Überraschungen und Fehlentscheidungen sicher zu sein. Ein Abteilungsleiter hat in seinem Büro zwei Sekretärinnen sitzen. Die Geschäfte laufen schlecht, so dass eine gehen muss. Doch welche ist die Bessere? Der Abteilungsleiter führt heimlich eine Strichliste für die Fehler, die den beiden Sekretärinnen unterlaufen. Am Ende stellt er fest, dass Frau A. 12 Fehler gemacht hat, Frau B. aber nur 10. Also schlägt er der Personalabteilung Frau A. vor, dass sie sein Sekretariat verlassen soll.

Die Personalabteilung ist über den Vorschlag höchst verwundert, da sie nach der Qualitätserhebung durch die Personalstelle eindeutig die bessere von beiden ist. Frau A. ist fleißiger als Frau B. - sie erledigt 60% der anfallenden Arbeiten, Frau B. nur 40% - und sie arbeitet genauer - Frau A. macht bei 8% der Arbeiten Fehler, Frau B. aber bei 10%.

Wie kommen diese beiden entgegengesetzten Urteile zustande? Hatte Frau A. Pech, zufällig eine schlechte Woche? Oder steckt der Fehler im System?

Übungsaufgaben zu Kapitel 0

Ü1 Testen Sie ihre in der Vorlesung ausgedachte 01-Reihe auf Zahlenpaare. Welche Zahlenpaare können vorkommen? Wie häufig sind in Ihrer Reihe die verschiedenen Paare? Woran zeigt sich hier die „Menschlichkeit“ der ausgedachten Reihe?

Ü2 Das Ziegenproblem mit vier Türen

Das Ziegenproblem wird modifiziert: Es sind nun vier Türen. Hinter einer ist wieder ein Auto, hinter den anderen drei sind Ziegen. Nach der Wahl einer Tür öffnet der Spielleiter **zwei** Türen mit Ziegen. Lohnt es sich wieder, zu wechseln? Wie groß ist nun die Gewinnchance für den Wechsler gegenüber dem „Starrkopf“?

Ü3 Zahlenexperimente zum empirischen Gesetz der großen Zahl

Ein Würfel hat bei 30 Würfungen nur 3 Sechsen gezeigt, also weniger als ein Sechstel. In den nächsten Würfungen ist der Würfel „ideal“, d.h. er zeigt bei genau 6 Würfungen eine Sechse.

a. Verfolgen Sie nun in einer Tabelle, wie sich numerisch die relative Häufigkeit für das Ereignis „6“ weiter entwickelt. Gehen Sie dazu praktischerweise in Sechsschritten bei der Anzahl der Versuche vor.

b. Wie viele Würfe bei idealem Verhalten des Würfels muss man nun nach den 30 „missglückten“ Würfungen machen, damit im Gesamtexperiment die relative Häufigkeit für das Ereignis „6“ 0,16 gerade überschreitet?