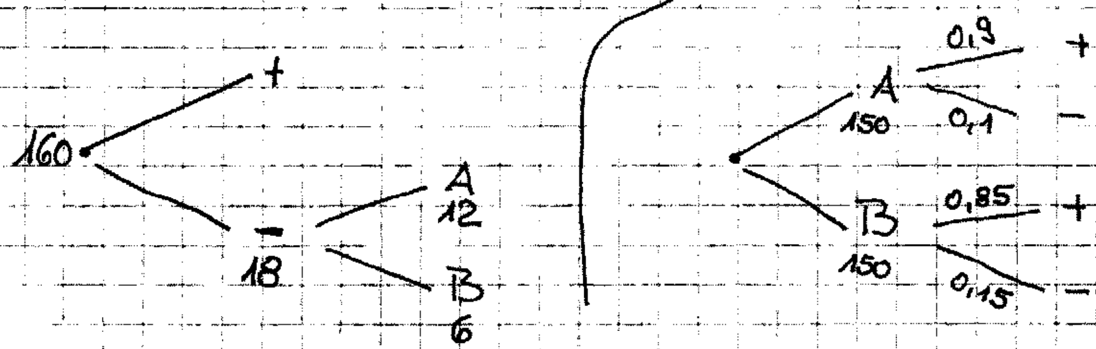
Dr. R. Albers Stochastik (FBW) SoSe 11

7. Übung Lösungsskizzen

1 a) überflüssige Zahlangaben

75% der Gesamtproduktion, 5 Jahre Inhaber, 300 Tage Testzeitraum von Meister Franz, Am Großtest waren je 150 Anlasser beteiligt, dauerte 100 Tage

b) Test vom Meister Franz | Test von D&M



Meister Franz hat die W' gemessen für die Firma A bzw. B wenn schon feststand (Bedingung), dass der Anlasser defekt war.

Symbolisch $P(A|-) = \frac{2}{3}$ und $P(B|-) = \frac{1}{3}$

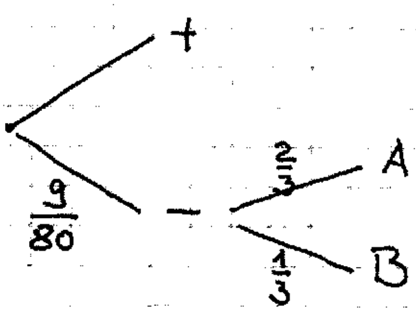
Die Firma hat im Großtest gemessen, wie groß die W' ist für defekt (−) oder nicht defekt (+) unter der Bedingung, dass die Herkunftsfirma A bzw. B bekannt war.

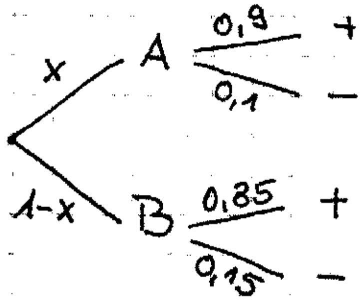
symbolisch: $P(-|A) = 0{,}1$ und $P(-|B) = 0{,}15$

Meister Franz und D&M sprechen also von verschiedenen („umgekehrten") bedingten W'.

c) Beide Betrachtungsweisen in W'-Bäumen

Meister Franz | Firma D&M





In beiden Bäumen kann man $P(A\cap -)$ berechnen

$$P(A\cap -) = \frac{9}{80}\cdot\frac{2}{3} = x\cdot 0{,}1$$

$$\frac{3}{40} = x\cdot\frac{1}{10} \quad |\cdot 10$$

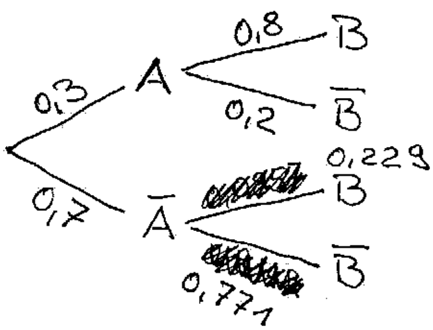
$$\frac{3}{4} = x$$

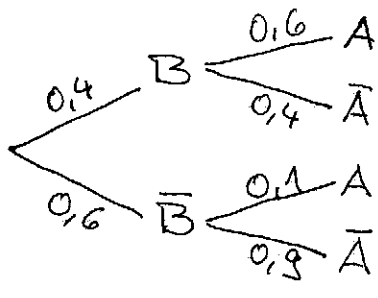
Die Firma D&M baut also zu $\frac{3}{4}$ Anlasser der Firma A ein und nur $\frac{1}{4}$ Anlasser von Firma B.

HAUSÜBUNGEN

2. a) $P(A)\cdot P(B|A) = P(A\cap B) = P(B)\cdot P(A|B)$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{P(A)\cdot P(B|A)}{P(A|B)} = \frac{0{,}3\cdot 0{,}8}{0{,}6} = 0{,}4$$





$$P(A|\bar{B})\cdot P(\bar{B}) = P(A)\cdot P(\bar{B}|A) = P(A\cap\bar{B})$$

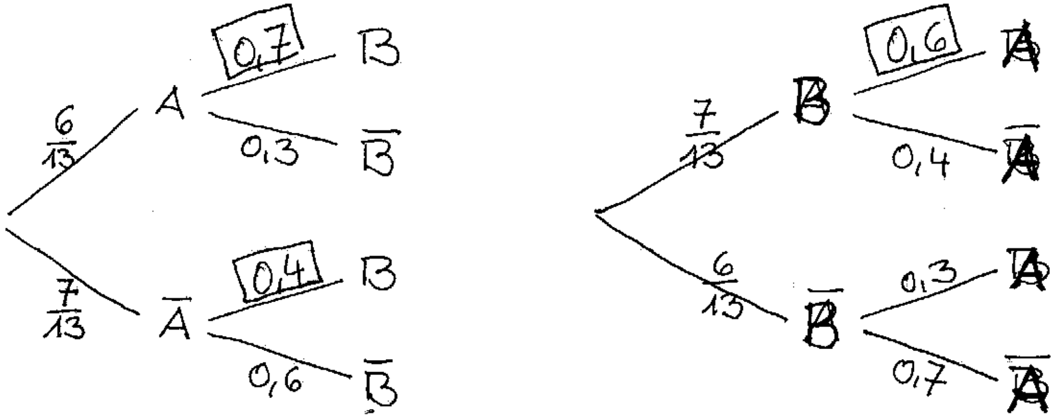
$$\Rightarrow P(A|\bar{B}) = \frac{P(A)\cdot P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B})} = \frac{0{,}3\cdot 0{,}2}{0{,}6} = 0{,}1$$

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = P(B) \cdot P(\bar{A}|B)$$

$$\Rightarrow P(B|\bar{A}) = \frac{P(B) \cdot P(\bar{A}|B)}{P(\bar{A})} = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}4}{0{,}7} \approx 0{,}229$$

2

b)



$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B)$$

totale W' für B:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$$

Zahlen einsetzen, $P(A) = x$, $P(B) = y$:

$$x \cdot 0{,}7 = y \cdot 0{,}6 \qquad 0{,}7x - 0{,}6y = 0$$

$$y = x \cdot 0{,}7 + (1-x) \cdot 0{,}4 \qquad -0{,}3x + y = 0{,}4 \quad \cdot 0{,}6 \;]+$$

$$0{,}7x - 0{,}6y = 0$$

$$0{,}52x = 0{,}24 \quad \Rightarrow \quad x = P(A) = \frac{6}{13} \approx 0{,}462$$

$$y = P(B) = \frac{7}{13} \approx 0{,}538$$

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}|A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$$

$$\Rightarrow P(A|\bar{B}) = \frac{P(A) \cdot P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{6}{13} \cdot 0{,}3}{\frac{6}{13}}$$

$$= 0{,}3$$

3

3a 4-faches Würfel

alle Möglichkeiten: $6^4 = 1296$

günstige Möglichkeiten für genau ein Paar:

(p, p, e_1, e_2) Möglichkeiten der Auswahl

$$6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

Permutation der Reihenfolge von p, p, e_1, e_2

$$\frac{4!}{2!\,\cancel{2!}} = 6$$

also insgesamt $120 \cdot 6 = 720$ günstige Fälle

$\Rightarrow P(\text{genau ein Paar}) = \frac{720}{1296} = \frac{5}{9} \approx 55{,}6\%$ 2

b) Ziehen von $k = 4$ Kugeln aus Urne mit $n = 6$ Kugeln mit Zurücklegen ohne Berücks. d. Reihenf.

i) alle Möglichkeiten: $\binom{k+n-1}{k} = \binom{9}{4} = 126$

ii) günstige Möglichkeiten für genau ein Paar

1. Lösung

In Anlehnung an die Permutation von • (hier Rosinen) und | (hier Schnitt für das Teilen des Teigs) bekommt man genau ein Paar:

a) das ganz rechte Brötchen hat keine Rosine

••|, •|, •|, |, | permutieren $\frac{5!}{2!\,2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{\cancel{2} \cdot \cancel{2}} = 30$

b) das ganz rechte Brötchen hat genau eine Ros.

••|, •|, |, |, | ¦ • am Ende fest $\frac{5!}{3!} = 5 \cdot 4 = 20$

c) das ganz rechte Brötchen hat das Paar

•|, •|, |, |, | ¦ •• am Ende fest $\frac{5!}{2!\,3!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$

Addition der drei Teilfälle

$30 + 20 + 10 = \underline{\underline{60}}$

iii) $P(\text{genau ein Paar}) = \frac{60}{126} = \frac{10}{21}$

$\approx 0{,}476$

2. Lösung

6 Brötchen ohne Rosinen

i.) Je eine von drei Rosinen in drei Brötchen. Auswahl der 3 Brötchen ohne Wiederholung ohne B.d.R.

$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{\cancel{6} \cdot 5 \cdot 4}{\cancel{6}} = 20$

ii) Die vierte Rosine wird zu einem der drei Brötchen mit Rosine dazu getan zum Paar: 3 Auswahlmöglichk.

i) kombiniert mit ii) $20 \cdot 3 = \underline{\underline{60}}$

3

c) i) Spalte E: Wenn $B2 \stackrel{?}{=} A2$ dann 1 sonst 0

D.h. Hier wird gezählt, ob Würfel 2 mit Würfel 1 ein Paar bildet

Spalte F Wenn $C2 \stackrel{?}{=} B2 \vee C2 \stackrel{?}{=} A2$ ...

Hier wird gezählt, ob Würfel 3 ein Paar bildet mit Würfel 2 oder Würfel 1

Spalte G: Mit der analogen Formel wird Würfel 4 mit Würfel 3, 2 und 1 getestet

Spalte H Wenn $E2 + F2 + G2 = 1$ dann 1 sonst 0

Nur wenn bei den drei Tests genau ein Mal ein Paar festgestellt wurde, steht hier eine 1. In allen anderen Fällen eine 0. Die 1 signalisiert also einen günstigen Fall

2

c) ii)

Versuch	1	2	3	4	5	6	7
relat. Häufigk.	0,56	0,60	0,60	0,57	0,59	0,56	0,58

Die Werte liegen dicht beim theor. Wert von $\approx 0,556$. Auffällig ist hier, dass die Messungen alle darüber liegen. 1

d) i) Wenn $B1 < 5$ dann "R" sonst "|"

Die Zahlen 1 bis 4 in der Permutation in Zeile 1 werden in R übersetzt, die anderen in | 1

ii) Wenn $C11 \stackrel{?}{=}$ "R" und $B11 \stackrel{?}{=}$ "R" dann 1 sonst 0

Es wird getestet, ob in der Zelle darüber und ~~recht~~ links daneben zwei Rs ein Paar bilden. Das wird durch ein 1 notiert. In K12 wird die Summe der Zellen von C12 bis J12 gebildet. Taucht genau eine 1 auf, so ist genau ein Paar gebildet worden. In der Zelle steht dann "Ja". 2

iii) Strichliste

			theor.
Versuche	卌 卌 卌 卌 |	21	21
Erfolge	卌 卌 ||	12	10

1

17