

5. Übung Lösungen

PRÄSENZÜBUNGEN

1.a) allgem. Permutationsf. 8 Dinge, davon 2 Mal

2 gleich: $\frac{8!}{2!2!} = 10080$

b) 1. Wort AACEFFJK Platz 1. bis 12.
 permutieren $\frac{4!}{2!} = 4 \cdot 3 = 12$

13. AACFEFJK Platz 13. bis 36.
 permutieren $4! = 24$

37. AACJEFFK

38. AACJEFFK

39. AACJEFK

40. AACJFEFK

c) Bei „JACKE“ werden 5 Buchstaben genutzt,
 3 bleiben übrig, nämlich A, F, F
 Position von JACKE kann in den 8 Buchstaben
 variiert werden

JACKE... 3 Möglichk. .JACKE.. 3 Mögl.
 ..JACKE. 3 Möglichk. ...JACKE 3 Mögl.

Also taucht „JACKE“ 12 Mal in der
 Liste auf.

d) Das erste 8-buchstabige Wort ^{mit „JACKE“} in der Liste
 ist AFFJACKE

A..... $\left(\frac{7!}{2!} = 2520\right)$

AA..... $\frac{6!}{2!} = 360$

AC..... $\frac{6!}{2!} = 360$

AE..... 360

A \bar{F} $(6! = 720)$

$$AFA \dots 5! = 120$$

$$AFC \dots 5! = 120$$

$$AFE \dots 5! = 120$$

$$AFF \dots (5! = 120)$$

$$AFFA \dots 4! = 24$$

$$AFFC \dots 4! = 24$$

$$AFFE \dots 4! = 24$$

$$AFFJ \dots (4! = 24)$$

Also stehen vor AFFJACEK $360 \cdot 3 + 120 \cdot 3 + 24 \cdot 3$
Wörter $= 1512$

1513: AFFJACEK

1514: AFFJACKIE

HAUSÜBUNGEN

2 Geburtsmonat für 12 Personen

→ 12-Tupel mit 12 Einträgen pro Platz

⇒ $|\Omega| = 12^{12}$ alle Möglichk.

(1/2)

Günstige Möglichkeiten:

1 Monat doppelt: 12 Mögl.

1 Monat der übrigen auslassen: 11 Mögl.

Permutation von 12 Dingen, davon 2 Gleich

$$\frac{12!}{2}$$

also insgesamt alle Kombinationen: $12 \cdot 11 \cdot \frac{12!}{2}$

(1)

$$\text{Dann ist die W' } \frac{6 \cdot 11 \cdot 12!}{12^{12}} = \frac{31.614.105.600}{8.916.100.448.256}$$

$$\approx \frac{3.161 \cdot 10^{10}}{8.916 \cdot 10^{12}} \approx 0,00355 \approx 0,35\%$$

(1/2)

3 a) Jeder Tipp ist ein 13-Tupel.

An jede Position kann man 3 Möglichkeiten eintragen. Also gibt es

$$\underbrace{3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3}_{13 \text{ Mal}} = 3^{13} = 1.594.323 \text{ Tupel (=Tipps)}$$

(1)

b) 2 Fehler und 11 Richtige:

$$\begin{matrix} \text{F} & \text{F} & \text{R} & \text{R} & \dots & \text{R} \\ \uparrow & \uparrow & & & & \\ 2 & 2 & & & & \end{matrix} \quad \text{4 Möglichkeiten}$$

(1/2)

Alle Permutationen von 2F und 11R:

$$\frac{13!}{2!11!} = \frac{13 \cdot 12}{2} = 13 \cdot 6 = 68$$

(1/2)

Also insgesamt $68 \cdot 4 = 272$ Tipps mit 2 Fehlern.

(1/2)

Wahrsch:
$$\frac{\text{günstige Mögl.}}{\text{alle Mögl.}} = \frac{272}{1.594.323} \approx 0,0001706$$

(1/2)

4. Mehrfacher Würfelwurf → Reihenfolge unterscheiden mit „Zurücklegen“ also

alle Möglichkeiten $6^5 = 7776$

(1)

günstige Möglichkeiten
zwei disjunkte Fälle

a) 1,2,3,4,5 oder b) 2,3,4,5,6

(1/2)

Es sind 5 Zahlen in beliebiger Reihenfolge, also a) $5! = 120$ und b) 120

(1/2)

Da disjunkte Zerteilung, müssen die Fälle addiert werden. Also 240 günstige Fälle

(1/2)

$$P(\text{große Straße im ersten Wurf}) = \frac{240}{7776} \approx 0,0309 \approx 3\%$$

(1/2)

$$5 \text{ a) } \binom{49}{6} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 49 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 3 \cdot 44$$

$$= 13.983.816 \approx 14 \text{ Millionen}$$

4

(1/2)

b) Gesamtkosten

$$13.983.816 \cdot 0,75 \text{ €} = 10.487.862 \text{ €}$$

$$\approx 10,5 \text{ Millionen}$$

(1/2)

c)

Gewinne	Anzahl
6 Richtige	1
5 Richt. m.Z.	$\binom{6}{5} \binom{1}{1} \binom{42}{0} = 6$
5 Richt	$\binom{6}{5} \binom{1}{0} \binom{42}{1} = 252$
4 Richt. m.Z.	$\binom{6}{4} \binom{1}{1} \binom{42}{1} = 630$
4 Richt	$\binom{6}{4} \binom{1}{0} \binom{42}{2} = 12915$
3 Richt m.Z.	$\binom{6}{3} \binom{1}{1} \binom{42}{2} = 17220$
3 Richt	$\binom{6}{3} \binom{1}{0} \binom{42}{3} = 229600$

(1)

Gewinnart	Anz. d. Tipps	Gewinn pro Tipp	Gesamtgewinn
6R	1	839.229,40 €	839.229,40 €
5R mZ	6	62.942,20 €	377.653,20 €
5R	252	3.353,40 €	845.056,80 €
4R mZ	630	167,80 €	105.714,00 €
4R	12915	41,20 €	532.098,00 €
3R mZ	17220	23,30 €	401.226,00 €
3R	229600	9,20 €	2112.320,00 €
			5.213.297,40 €

Bilanz: Ein Verlust von ca. 5 Mill. €

(1)

d) Kontrollrechnung

2 Richtige $\binom{6}{2} \binom{43}{4} = 1.851.150$

1 Richtig $\binom{6}{1} \binom{43}{5} = 5.775.588$

0 Richtig $\binom{6}{0} \binom{43}{6} = 6.096.454$

Summe aller Gewinne
aus c) 260.624
13.983.816

1

12