

2. Übung Lösungen

- 5 i. Ein Ereignis ist eine Menge von Ergebnissen ✓
- ii. Ein Ereignis ist eine Teilmenge von Ω ✓
- iii falsch
- iv Ω ist ein Element der σ -Algebra ✓
- v \emptyset ist ein Ereignis ✓ (-½) (2)

6. a. $\{(s,s,w), (s,w,s), (w,s,s),$
 $(s,s,b), (s,b,s), (b,s,s),$
 $(s,b,b), (b,s,b), (b,b,s),$
 $(w,b,b), (b,w,b), (b,b,w),$
 (b,b,b)
 $(s,w,b) \dots \text{alle 6 Permutationen}\} = \Omega_1$ (1)

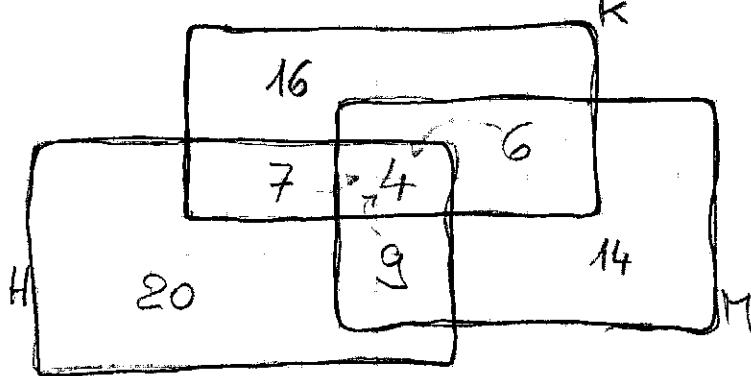
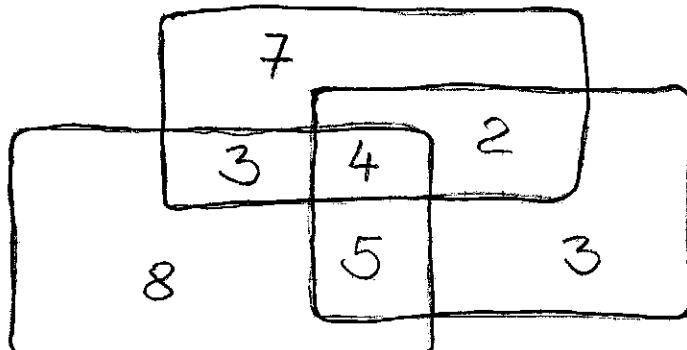
A = "Wenigsten zwei Kugeln haben die gleiche Farbe"

- A = $\{(ssw), (swo), (ws),$
 $(ssb), (sbs), (bs),$
 $(bbs), (bsb), (sbb),$
 $(bbb), (bbw), (bw), (wbb),$
 $(bb)\}$ (1)

- b. $\Omega = \{(m), (j), (m,m), (m,j), (j,m), (j,j),$
 $(m,m,m), (m,m,j), (m,j,m), (j,m,m),$
 $(m,j,j), (j,m,j), (j,j,m), (j,j,j)\}$ (1)

(2)

7. a

mit Überschneidungen ↑ohne Überschneidungen ↑

$$\text{Summe: } 7 + 2 + 3 + 4 + 8 + 5 + 3 = 32$$

(2)

$$\begin{aligned} b. \quad |A \cup B \cup C| &= |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| \\ &\quad - |B \cap C| + |A \cap B \cap C| \end{aligned}$$

Im Fall a:

$$\begin{aligned} &16 + 20 + 14 - (7 + 6 + 9) + 4 \\ &= 54 - 22 = 32 \end{aligned}$$

(1)

$$\begin{aligned} c. \quad |A \cup B \cup C| &\stackrel{3c}{=} |A| + |B \cup C| - |A \cap (B \cup C)| \\ &= |A| + |B \cup C| - |(A \cap B) \cup (A \cap C)| \\ &= |A| + |B| + |C| - |B \cap C| \quad \stackrel{3c}{=} \\ &\quad - [|A \cap B| + |A \cap C| - |A \cap B \cap A \cap C|] \\ &= |A| + |B| + |C| - |B \cap C| - |A \cap B| - |A \cap C| \\ &\quad + |A \cap B \cap C| \quad \square \end{aligned}$$

(2)

(3)

$$\begin{aligned}
 8. \text{ a. } E_1 &= \{a\} \rightarrow \bar{E}_1 = E_3 = \{b, c, d, e\} \\
 E_2 &= \{c\} \rightarrow \bar{E}_2 = E_4 = \{a, b, d, e\} \\
 E_4 \cup E_2 &= \{a, c\} = E_5 \rightarrow \bar{E}_5 = E_6 = \{b, d, e\} \\
 E_7 &= \emptyset \\
 E_8 &= \Omega = \{a, b, c, d, e\}
 \end{aligned}$$

(2)

b. Nach den Axiomen von Kolmogorov und Folgerungen gilt

$$\begin{aligned}
 P(E_1) &= 0,2 \Rightarrow P(E_3) = 0,8 \\
 P(E_2) &= 0,4 \Rightarrow P(E_4) = 0,6 \\
 P(E_5) &= 0,2 + 0,4 = 0,6 \Rightarrow P(E_6) = 0,4 \\
 P(E_7) &= 0 \\
 P(E_8) &= P(\Omega) = 1
 \end{aligned}$$

(2)

9. Gegeben 1. $\Omega \in \mathcal{A}$
 2. $A \in \mathcal{A} \Rightarrow \bar{A} \in \mathcal{A}$
 3. $A, B \in \mathcal{A} \Rightarrow A \cup B \in \mathcal{A}$

Vorauss.: $A, B \in \mathcal{A}$

$$2. \Rightarrow \bar{A}, \bar{B} \in \mathcal{A}$$

$$3. \Rightarrow \bar{A} \cup \bar{B} \in \mathcal{A}$$

$$2. \Rightarrow \overline{\bar{A} \cup \bar{B}} \in \mathcal{A}$$

d' Morgan'sche Regeln (Mengen)

$$\bar{A} \cap \bar{B} \in \mathcal{A}$$

wegen $\bar{\bar{A}} = A$ gilt: $A \cap B \in \mathcal{A} \square$

(2)