



11. Übung Binomialverteilung

Präsenzübungen (für Do 24.6.)

1. Es wird mit zwei Würfeln gewürfelt und jedem Ergebnis die Augensumme zugeordnet. Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für diese Zufallsgröße X in einer Tabelle an. Zeichnen Sie die W 'verteilung als Diagramm.
Berechnen Sie Erwartungswert $E(X) = \mu$, Varianz $V(X)$ und Standardabweichung σ .
Mit welcher W ' liegt die Augensumme im Intervall $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$?
2. In einer Urne liegen n Kugeln mit den Zahlen 1 bis n . Es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Jeder Ziehung wird die Summe der beiden gezogenen Kugeln zugeordnet.
Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für diese Zufallsgröße X an.
Berechnen Sie den Erwartungswert $E(X) = \mu$.

Hausübungen (Abgabe: Mo, 28.6.)

3. Ihnen wird folgendes Spiel angeboten: Sie zahlen einen Wetteinsatz von 3 Euro und dürfen dann eine Münze viermal werfen. Erscheint in jedem Wurf Zahl, so bekommen Sie 25 Euro ausgezahlt. Erscheint in genau 3 Würfeln Zahl, so werden Ihnen 10 Euro ausgezahlt. In allen anderen Fällen verlieren Sie Ihren Einsatz.
 - a. Definieren Sie zunächst eine geeignete Zufallsvariable für den Reingewinn, d.h. die Bilanz aus Auszahlung und Wetteinsatz, geben Sie dazu explizit ein mögliches Ω an und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen. Würden Sie dieses Spiel einen ganzen Abend lang spielen?
 - b. Zeichnen Sie zur Wahrscheinlichkeitsverteilung das Stabdiagramm.
 - c. Berechnen Sie Varianz und Standardabweichung der Zufallsvariablen und zeichnen Sie das Intervall $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$ in das Diagramm.
4. Erkenntnisse zur Binomialverteilung
 - a. Berechnen Sie für die Bernoulli-Kette der Länge $n = 25$ und der Trefferw' $p = 0,4$ den Erwartungswert μ und die Streuung σ . Wie groß ist die W ', dass die Trefferzahl in dem Intervall $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$ liegt? (Wert auf drei Stellen genau mit der Computertabelle ermitteln)
Zeichnen Sie dieses Intervall ein auf einer Zahlengerade von 0 bis 15 mit 1cm für eine Einheit.
 - b. Rechnen Sie ebenso mit $n = 50$ und $p = 0,4$.
Zeichnen Sie dieses Intervall ein auf einer Zahlengerade von 0 bis 30 mit 1cm für zwei Einheiten.
 - c. Rechnen Sie ebenso mit $n = 100$ und $p = 0,4$.
Zeichnen Sie dieses Intervall ein auf einer Zahlengerade von 0 bis 60 mit 1cm für vier Einheiten.

- d. Beschreiben Sie abschließend im Vergleich die drei grafischen Darstellungen.
5. Sie möchten mit Ihrer Klasse im Experiment klären, ob es beim Würfeln mit zwei Würfeln und der erzielten Augensumme auf die Reihenfolge ankommt oder nicht, ob es also 21 Ergebnisse gibt oder 36. Sie beschließen, die Augensumme 4 zu untersuchen.
- Ohne Berücksichtigung der Reihenfolge beträgt dann die W' $\frac{2}{21}$. **(Das ist falsch!)**
- Mit Berücksichtigung der Reihenfolge ist die W' $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.
- a. Erläutern Sie die oben angegebenen Zahlen.
- b. Im realen Experiment durch Auszählen der Treffer für die Augensumme 4 wollen Sie nun mit der Klasse entscheiden, welche W' zutrifft. Sie würfeln genau 168 Mal.
- (Warum diese Zahl? Woher kommt sie?) Sie wollen sich für die (falsche) W' $\frac{2}{21}$ entscheiden, wenn 16 Mal oder mehr 4 als Augensumme erscheint. Wie groß ist die W', dass Sie mit der Klasse diesem Irrtum erliegen? (*Verwenden Sie die Exceltabelle für die Binomialverteilung*)
- c. Für eine verlässliche Trennschärfe des Experiments soll das Intervall $[\mu_1 - \sigma_1; \mu_1 + \sigma_1]$, das man für die W' $\frac{1}{12}$ erhält, von dem Intervall $[\mu_2 - \sigma_2; \mu_2 + \sigma_2]$, das man für die W' $\frac{2}{21}$ erhält, vollständig getrennt sein (disjunkt sein). Wie viele Versuche müssen Sie mit der Klasse insgesamt mindestens machen, damit das erfüllt ist?
6. Auf einer Fluglinie, die sehr viel von Geschäftsleuten gebucht wird, kostet ein Platz 400 Euro. Die Fluggäste erscheinen mit einer W' von 85%. Die 400 Euro zahlen nur die Reisenden, die tatsächlich fliegen. Nicht benutzte Flugscheine können bei voller Rückerstattung zurückgegeben werden. Die Flugzeuge, die auf der Linie eingesetzt werden, haben 80 Plätze.
- a. Wie groß ist der Erwartungswert für die Einnahmen pro Flugzeug, wenn maximal 80 Buchungen für ein Flugzeug angenommen werden?
- b. Die Fluggesellschaft nimmt pro Flugzeug 85 Buchungen vor. Bekommen gebuchte Fluggäste den Flug nicht, so werden sie umgebucht und erhalten eine Entschädigung von 100 Euro. Die 400 Euro sind dann Kosten für einen Ersatzflug und keine Einnahme für das betrachtete Flugzeug. Wie groß ist nun der Erwartungswert für die Einnahmen? Lohnt sich das Überbuchen für die Fluggesellschaft?