



9. Übung

Wahrscheinlichkeitsverteilung, Zufallsgröße

Präsenzübungen (für Do, 10.6.)

1. Es sei X die Anzahl der Versuche bis zum ersten Treffer. Dann ist X geometrisch verteilt, es gilt also $P(X=k) = p(1-p)^{k-1}$. In der letzten Übung haben Sie gezeigt, dass die Summe der W' 1 ist.

$$E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} kp(1-p)^{k-1} \quad (1)$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} (k+1)p(1-p)^k \quad (2)$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} kp(1-p)^k + \sum_{k=1}^{\infty} p(1-p)^{k-1} \quad (3)$$

$$= (1-p)E(X) + 1 \quad (4)$$

Also gilt: $E(X) = (1-p)E(X) + 1 = E(X) - pE(X) + 1$

$$E(X) = \frac{1}{p}$$

Erläutern Sie die Umformungsschritte der obigen Rechnung.

2. Eine Zufallsgröße X nehme die aufgelisteten Werte mit der angegebenen W' an.

Werte für $X: k =$	-5	-1	2	4	6	k_6
W' für $X = k$	0,3	0,2	0,1	0,2	0,1	p_6

Berechnen Sie die fehlende W' p_6 . Bestimmen Sie k_6 so, dass der Erwartungswert 0 ist.
Berechnen Sie dann die Varianz $V(X)$ und Standardabweichung σ .



Hausübungen (Abgabe: Mo, 14.6.)

3. Beim Glücksspiel „Keno“ werden ähnlich wie bei unserem Lotto Zahlen als Glückszahlen gezogen, allerdings 20 aus 80 (amerikanische Form, in Deutschland gibt es Keno mit 70 Zahlen). Während bei unserem Lotto immer genau 6 Zahlen angekreuzt werden müssen

angekreuzte Zahlen	richtige Zahlen	Auszahlung
1	1	3
2	2	12
3	2	1
	3	42
4	2	1
	3	3
	4	115
5	3	1
	4	23
	5	500
Tabelle unvollständig		

(sonst ist der Tipp ungültig), darf man beim Keno selbst entscheiden, wie viele Zahlen man ankreuzen möchte, von 1 bis maximal 20 der 80 Zahlen auf einem Tippschein. Der Einsatz ist \$1, die Auszahlung erfolgt nach folgender Tabelle (Beispiel, die Casinos machen sich durch unterschiedliche Auszahlungslisten Konkurrenz).

Berechnen Sie für 1 bis 5 angekreuzte Zahlen jeweils den Erwartungswert für die Auszahlung und entscheiden Sie so, welche Zahl von Kreuzen (1 bis 5) die aussichtsreichste ist.

4. Eine Sendung von 20 äußerlich gleichen Teilen enthält ein fehlerhaftes Teil, das zu leicht ist. Ein Mitarbeiter soll das fehlerhafte Teil finden, indem er die Teile wiegt.
1. Strategie
Alle Teile werden nacheinander auf die Waage gelegt, bis das defekte Teil gefunden wird. Berechnen Sie den Erwartungswert für die Anzahl der Wägungen, die notwendig sind.
 2. Strategie
Die 20 Teile werden in 4 Gruppen zu 5 Teilen aufgeteilt. Es werden dann immer 5 Teile gleichzeitig gewogen, bis die Gruppe gefunden ist, in der das defekte (= zu leichte Teil) ist. Die 5 Teile dieser Gruppe werden einer einzelnen Prüfung unterzogen, bis man das defekte Teil gefunden hat. Berechnen Sie auch hier den Erwartungswert für die Anzahl der Wägungen, die notwendig sind.
 - Welche von beiden Strategien führt mit weniger Wägungen zum Ziel?
5. Beim Würfelspiel „Die böse Drei“ müssen Sie zunächst 3 Euro Einsatz zahlen. Dann dürfen Sie mit zwei Würfeln würfeln. Taucht die drei nicht auf den Würfeln auf, so erhalten Sie Augensumme in Euro als Auszahlung. Erscheint allerdings die Drei wenigstens ein Mal, so müssen Sie die Augensumme in Euro zusätzlich zahlen. Lohnt sich dieses Spiel auf lange Sicht für den Spieler?
6. Berechnen Sie für die Binomialverteilung mit $n = 4$ und allgemeiner Trefferw' p konkret nach, dass der Erwartungswert $E(X) = np = 4p$ ist.