



8. Übung

Wahrscheinlichkeitsverteilung, Zufallsgröße

Präsenzübungen (für Do, 3.6.)

1. Zeigen Sie, dass bei der geometrischen Verteilung
 $P(\text{Treffer nach } k \text{ Fehlversuchen}) = p(1-p)^k$ die Summe aller W' 1 ist.
2. Eine Zufallsgröße X nehme die aufgelisteten Werte mit der angegebenen W' an.

Werte für $X: k =$	-2	0	1	3	10
W' für $X = k$	0,3	0,2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$...

Berechnen Sie den Erwartungswert.

Hausübungen (Abgabe: Mo, 7.6.)

3. Die Autofirma D&M bezieht für ihr Modell „Tebal“ (es macht 75% der Gesamtproduktion aus) Anlasser von zwei Firmen, A und B. Meister Franz, seit 5 Jahren Inhaber einer Vertragswerkstatt, möchte sich einen Namen machen und führt genau Protokoll über die Fälle von defekten Anlassern. Man kann nämlich erst dann die Herstellerfirma des Anlассers feststellen, wenn er (wegen eines Defekts) ausgebaut wurde. Der Verdacht von Meister Franz ist nach einem Zeitraum von genau 300 Tagen und 160 Fahrzeugen des Modells „Tebal“ eindeutig belegt: 18 „Tebals“ hatten einen defekten Anlasser. Davon waren 12 von Firma A und 6 von Firma B. Er schreibt einen Bericht an die Zentrale mit den festgestellten Daten und dem abschließenden Verbesserungsvorschlag, von Firma A keine oder nur noch wenige Anlasser zu verwenden und im Modell „Tebal“ so weit es geht auf Firma B umzustellen. Unverständlicher Weise erhält Meister Franz von der Zentrale die Antwort, dass die Anlasser der beiden Firmen sehr wohl genau getestet wurden. Ein Großtest mit 150 Anlassern von jeder der beiden Firmen hat nach 100 Tagen ergeben, dass die Anlasser von Firma A verlässlicher sind (10% fielen im Test aus) als die von Firma B (15% fielen im Test aus). Aus diesem Grund hätte sich D&M schon vor geraumer Zeit zu genau dem Gegenteil des „Verbesserungsvorschlags“ von Meister Franz entschlossen, nämlich bei den Anlassern weitestgehend auf die der Firma A zu setzen. Meister Franz versteht die Welt nicht mehr, da seine Erfahrung und genauesten Aufzeichnungen ein deutlich anderes Bild gezeigt haben. Er vermutet, dass bei dem Test ahnungslose Stümper schlampig gearbeitet haben.

- a. Diverse im Aufgabentext gegebenen Zahlwerte sind für die nachfolgenden Aufgabenteile unerheblich. Identifizieren Sie während der Lösung diese überflüssigen Werte.
 - b. Erläutern Sie, in wie fern Meister Franz und die Firmenleitung aneinander vorbei reden. Was hat die Firma gemessen, was Meister Franz? Verwenden Sie Fachbegriffe zur bedingten W'.
 - c. Berechnen Sie aus den oben gegebenen Daten, wie groß der Anteil der Zuliefererfirmen A und B bei der Ausrüstung von „Tebal“ mit Anlassern ist.
4. Ein Zufallsexperiment hat 10 mögliche Ergebnisse: $1, 2, \dots, 10$. Aus inhaltlichen Überlegungen weiß man, dass das Elementarereignis $\{2\}$ doppelt so häufig auftritt wie $\{1\}$, das Elementarereignis $\{3\}$ dreimal so häufig wie $\{1\}$ usw., also formal
- $$P(\{i\}) = i \cdot P(\{1\}), \quad i = 1, \dots, 10$$
- a. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Elementarereignis $\{1\}$?
 - b. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, wenn es allgemein N mögliche Ergebnisse gibt und die Regel fortgesetzt wird?
5. Ein Zufallsexperiment hat die Ergebnismenge $\Omega = \{a, b, c\}$. Das Ereignis $A = \{a, b\}$ hat die W' $P(A) = 75\%$, das Ereignis $B = \{b, c\}$ die W' $P(B) = 60\%$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung, d.h. die W' für die Elementarereignisse $\{a\}$, $\{b\}$ und $\{c\}$.
6. In einer Urne liegen die Kugeln 1 bis 5. Sie ziehen nacheinander zwei Kugeln ohne zurücklegen. Wie groß ist die W', dass die zweite Kugel eine größere Zahl aufweist als die erste?
- a. Lösen Sie das Problem mit einem (verkürzten) Baumdiagramm.
 - b. Verallgemeinern Sie das Problem auf n Kugeln mit den Zahlen 1 bis n .