Dr. Reimund Albers Stochastik (BA FBW) SoSe 10

8. Übung, Lösungsskizzen

1. Zu zeigen ist: $\sum_{k=0}^{\infty} p(1-p)^k = 1$

$$\sum_{k=0}^{\infty} p(1-p)^k = p \sum_{k=0}^{\infty} (1-p)^k$$

wegen $|1-p| < 1$ gibt es einen Grenzwert (geometr. Reihe)

$$= p \frac{1}{1-(1-p)}$$

$$= p \frac{1}{p} = 1 \quad \square$$

2. $E(X) = \sum_{k} k \cdot P(X=k)$

Die fehlende W' $P(X=10) = 1 - \left(0{,}3 + 0{,}2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{12}$

$$= (-2) \cdot 0{,}3 + 0 \cdot 0{,}2 + 1 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 10 \cdot \frac{1}{12}$$

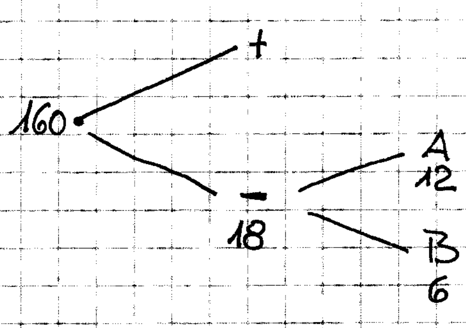
$$= -0{,}6 + 0{,}25 + 0{,}5 + \frac{5}{6} = 0{,}15 + \frac{5}{6} = \frac{59}{60} \approx 0{,}983$$

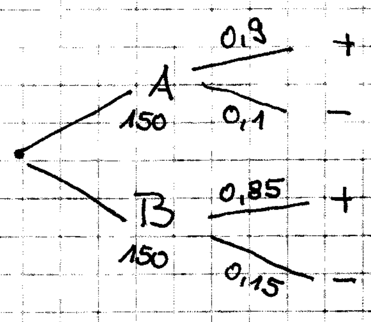
HAUSÜBUNGEN

3 a) überflüssige Zahlangaben

75% der Gesamtproduktion, 5 Jahre Inhaber, 300 Tage Testzeitraum von Meister Franz, Am Großtest waren je 150 Anlasser beteiligt, dauerte 100 Tage

b) Test vom Meister Franz | Test von D&M





Meister Franz hat die W' gemessen für die Firma A bzw. B wenn schon feststand (Bedingung), dass der Anlasser defekt war.

<u>Symbolisch</u> $P(A|-) = \frac{2}{3}$ und $P(B|-) = \frac{1}{3}$

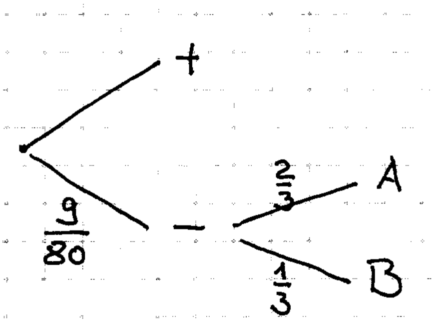
Die Firma hat im Großtest gemessen, wie groß die W' ist für defekt (–) oder nicht defekt (+) unter der Bedingung, dass die Herkunftsfirma A bzw. B bekannt war.

<u>symbolisch:</u> $P(-/A) = 0{,}1$ und $P(-/B) = 0{,}15$

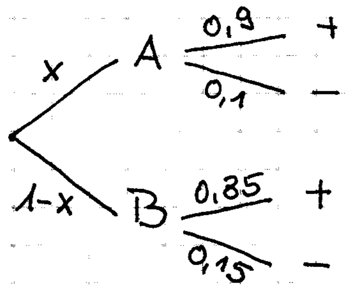
Meister Franz und D&M sprechen also von verschiedenen („umgekehrten") bedingten W'.

c) Beide Betrachtungsweisen in W'-Bäumen

Meister Franz



Firma D&M



In beiden Bäumen kann man $P(A \cap -)$ berechnen

$$P(A \cap -) = \frac{9}{80} \cdot \frac{2}{3} = x \cdot 0{,}1$$

$$\frac{3}{40} = x \cdot \frac{1}{10} \quad | \cdot 10$$

$$\frac{3}{4} = x$$

Die Firma D&M baut also zu $\frac{3}{4}$ Anlasser der Firma A ein und nur $\frac{1}{4}$ Anlasser von Firma B.

4. a) Sei $P(\{1\}) = p$

Dann gilt $P(\{i\}) = ip$

Die Summe aller W' muss 1 ergeben

$$\sum_{i=1}^{10} ip = p \sum_{i=1}^{10} i = p \cdot 55 = 1$$

also $p = \frac{1}{55}$

b) Gibt es allgemein N Ergebnisse, so gilt

$$\sum_{i=1}^{N} ip = p \sum_{i=1}^{N} i = p \cdot \frac{1}{2} N(N+1) = 1$$ (bekannte Formel, arithm. Reihe)

also $p = \frac{2}{N(N+1)}$

5. Setze $P(\{a\}) = x$, $P(\{b\}) = y$, $P(\{c\}) = z$

Dann gilt in Prozent:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 100 \quad \mathrm{I} \\ x + y &= 75 \quad \mathrm{II} \\ y + z &= 60 \quad \mathrm{III} \end{aligned}$$

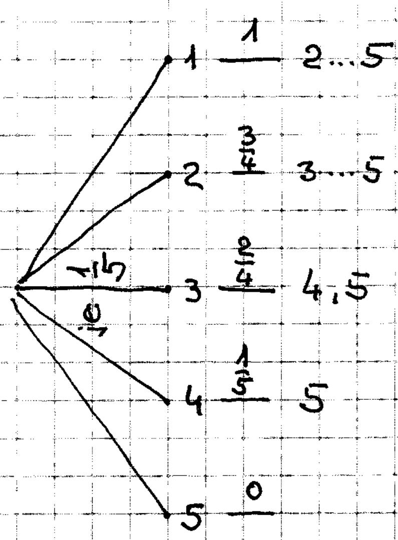
I − II liefert $z = 25$, I − III liefert $x = 40$

II liefert dann $y = 35$

W' Verteilung:

Elementarer.	{a}	{b}	{c}
W'	40%	35%	25%

6. a)



P(2. Kugel > 1. Kugel)

$$= \frac{1}{5} \cdot 1 + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot (4 + 3 + 2 + 1) = \frac{10}{20}$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

b) Allgemein

P(2. Kugel > 1. Kugel)

$$= \frac{1}{n} \cdot \frac{n-1}{n-1} + \frac{1}{n} \cdot \frac{n-2}{n-1} + \frac{1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-1} + \dots + \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1}$$

$$= \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=1}^{n-1} k$$

$$= \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \frac{1}{2} \cdot (n-1) \cdot n \quad = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

Die W' ist also unabhängig von der Kugelanzahl immer $\frac{1}{2}$.