



Sommersemester 2008
Dr. Reimund Albers

Stochastik
für Elementarmathematik in FBW



13. Übung Wiederholung

Präsenzübungen (für Do 10.7.)

Hinweise zur Klausur und Beispielaufgaben

Die Vorlesung hatte folgende Hauptpunkte, die sich mit hoher W' in der Klausur wieder finden:

Kritische Frage zur Prozentrechnung

Für 0,04 und 4% gilt:

- $0,04 = 4\%$ in der vollkommenen Schärfe von „ist gleich“
- 0,04 entspricht 4%, aber sie sind nicht wirklich gleich
- In der W'rechnung darf man 0,04 mit 4% für Rechnungen gleichsetzen. In anderen Gebieten der Mathematik (z.B. Zinsrechnung) ist das nicht zulässig.

Grundbegriffe:

Mengen und deren Operationen

Zufallsexperiment, Ergebnisraum, Ereignis, Ereignisalgebra, Wahrscheinlichkeit,

Wahrscheinlichkeitsverteilung

(Können Sie zu jedem Begriff die Frage: „Was ist ...?“ beantworten?)

Aufgabe:

Gegeben ist $\Omega = \{1,2,3,4,5\}$. In einer Ereignisalgebra \mathbf{A} über Ω sind die beiden Mengen

$A_1 = \{1,2,3\}$ und $A_2 = \{1,2,4,5\}$ enthalten. Sie wissen zusätzlich $P(A_1) = 0,6$ und

$P(A_2) = 0,6$. Welche Mengen müssen noch in \mathbf{A} enthalten sein ohne dass \mathbf{A} die Potenzmenge von Ω ist? Berechnen Sie zu all diesen Mengen (Ereignissen) die W'.

Kombinatorik

Urnenmodell: Ziehen mit/ohne Zurücklegen, mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge.

Permutationen: verschiedene/z.T. ununterscheidbare Elemente

Baumdiagramme

Pfadregel, Summenregel

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Aufgabe 1: (Aus der Stochastikklausur d'Henin 06)

In einem Büro arbeiten vier Sekretärinnen, zu deren Aufgabe auch die Ablage von Akten gehört. Das Ereignis A_i bezeichne

”Akte von Sekretärin i abgelegt“. Das Ereignis B bezeichne ”Akte falsch abgelegt“. Es sei bekannt, dass die Wahrscheinlichkeit, eine Akte falsch abzulegen,

bei Sekretärin 1 0.04 beträgt, bei Sekretärin 2 und 3 jeweils 0.01 und bei Sekretärin 4 0.1.

Außerdem ist bekannt, dass Sekretärin 1 40%, Sekretärin 2 10%, Sekretärin 3 30% der Akten ablegt.

a) Geben Sie alle in der Angabe genannten Wahrscheinlichkeiten formal, d.h. in der Form $P(\dots) = \dots$, an.

b) Bestimmen Sie $P(A_4)$. Begründen Sie Ihr Ergebnis mit einer formalen Rechnung.

c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig herausgegriffene Akte falsch abgelegt wurde.

d) Eine Akte wird zufällig herausgegriffen. Sie ist falsch abgelegt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Sekretärin 4 diese falsch abgelegt Akte abgelegt hat.

Zufallsvariable (= Zufallsgröße)

allgemein, Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung

Aufgabe 4: (Aus der Stochastikklausur d'Henin 06)

Ein Spiel läuft folgendermaßen ab. Ein Schütze schießt höchstens 3 Mal auf eine Zielscheibe. Sobald er trifft, dies geschieht in jedem Versuch mit Wahrscheinlichkeit 0,4, ist das Spiel beendet. Trifft er auch mit dem dritten Schuss nicht, so ist das Spiel ebenfalls beendet. Der Schütze bekommt 120 Euro, wenn er im ersten Versuch trifft und 80 Euro, falls er im zweiten oder im dritten Versuch trifft. Trifft der Schütze nicht, so muss er einen festen Betrag B bezahlen.

a) Geben Sie ein mögliches Ω an, und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse, d.h. $P(\{\omega\})$ für alle $\omega \in \Omega$.

b) Definieren Sie auf diesem Ω eine Zufallsvariable S , die den Spielgewinn des Schützen beschreibt und geben Sie die Verteilung von S an, d.h. $P(S = s)$ für alle interessierenden Werte s .

c) Wie gross muss der Betrag B sein, den der Schütze bezahlt, falls er in drei Versuchen nicht trifft, damit der Erwartungswert des Spielgewinns S gerade Null beträgt.

d) Nehmen Sie nun an, dass B gerade diesen Wert annimmt. Bestimmen Sie die Varianz von S . [Die zu bezahlende Summe beträgt 364.44]

Binomialverteilung

Bernoullikette als Voraussetzung für die Anwendung der Binomialverteilung
speziell Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung
ungefähre Intervallgrößen (in Vielfachen von σ) für bestimmte W'

Aufgabe:

Bei der Produktion eines elektronischen Bauteils gibt der Hersteller eine Fehlerrate von 10% an. Laut schriftlichem Vertrag ist der Hersteller zu Schadensersatzzahlung verpflichtet, wenn in einer Stichprobe die Anzahl der fehlerhaften Teile signifikant von der angegebenen Fehlerrate abweicht. Dabei ist für „signifikant“ eine Unsicherheit von 5% festgelegt. Sie testen als Kunde 58 Bauteile und finden 10 fehlerhafte Teile. Können Sie die Herstellerfirma zur Schadensersatzzahlung heranziehen?

Regressionsgerade

Aufgabe 2: (Aus der Stochastikklausur d'Henin 06)

Zur Überprüfung der Wirkung von Kraftfutter für Milchkühe verwenden sechs benachbarte Bauern mit gleichem Viehbestand verschiedene Mengen des Kraftfutters. Die verwendeten Mengen von Kraftfutter und der gemessene Milchertrag sind in der folgenden Tabelle dargestellt

(Angabe in l bzw. kg)

Bauer Kraftfuttermenge (X) Milchertrag (Y)

A	80	2700
B	200	3250
C	240	3500
D	140	3100
E	400	4000
F	320	3800

a) Zeichnen Sie ein Streudiagramm mit den in der Tabelle dargestellten Daten. Beurteilen Sie in einem Satz anhand der Zeichnung, ob es gerechtfertigt ist, einen annähernd linearen Zusammenhang zwischen den beiden Merkmalen anzunehmen.

b) Bestimmen Sie die Parameter der Regressionsgeraden. Berechnen Sie Summen als Hilfsgrößen und geben Sie diese an!

c) Welchen Milchertrag könnte man bei globaler Gültigkeit der in Teilaufgabe b) bestimmten Regressionsgeraden bei einem Kraftfuttereinsatz von 1500 kg pro Stall erwarten? Beurteilen Sie dieses Ergebnis (1-2 Sätze).