

11. Übung Regressionsgerade

Präsenzübungen (für Do 26.6.)

1. Umformen von Summen

Gegeben sind die Werte (reelle Zahlen) $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ und $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$.

a. Erläutern Sie (sich gegenseitig oder an der Tafel)

$$\sum_{i=1}^n ax_i = a \sum_{i=1}^n x_i \quad , \quad \sum_{i=1}^n (x_i + y_i) = \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i$$

b. Wenn \bar{x} wie üblich der Mittelwert der x_i ist, so gilt $\sum_{i=1}^n x_i = n\bar{x}$.

c. Erläutern Sie die nachfolgende Umformung Schritt für Schritt.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 &= \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2) \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\bar{x} \sum_{i=1}^n x_i + \bar{x}^2 \sum_{i=1}^n 1 \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\bar{x} \cdot n\bar{x} + \bar{x}^2 \cdot n \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \end{aligned}$$

Hausübungen (Abgabe: Mo, 30.6.)

2. Gegeben sind die folgenden $n = 5$ Messwertpaare:

x_i	3	5	9	13	15
y_i	3	1	-2	-3	-4

- Zeichnen Sie die 5 Messpunkte in ein Koordinatensystem und zeichnen Sie per Augenmaß eine Regressionsgerade ein.
- Berechnen Sie für die Werte der Tabelle \bar{x} und \bar{y} .
- Führen Sie den Rechenalgorithmus durch für die Bestimmung von Steigung und y-Achsenabschnitt der Regressionsgeraden.
- Es sei $y - \bar{y} = m(x - \bar{x})$, $m \in \mathbb{R}$ die Gleichung einer Geraden durch den Schwerpunkt $(\bar{x}; \bar{y})$ der 5 Messpunkte und $y_i^* = m(x_i - \bar{x}) + \bar{y}$ der zu jedem $x_i, i = 1, \dots, n$ gehörige

Wert auf dieser Geraden. Bilden Sie nun die Summe $S(m) = \sum_{i=1}^5 (y_i - y_i^*)^2$ und

bestimmen Sie den Wert für m , für den $S(m)$ minimal wird (*Differentialrechnung*).
Vergleichen Sie mit den Werten aus a. und c.

- e. Laden Sie die GeoGebra-Datei zur Regressionsgerade und verschieben Sie die fünf Punkte auf die in der Tabelle gegebenen Werte. Finden Sie dann durch systematisches Anpassen der Werte für m und b die Regressionsgerade. Drucken Sie dieses Bild aus und fügen Sie es bei.

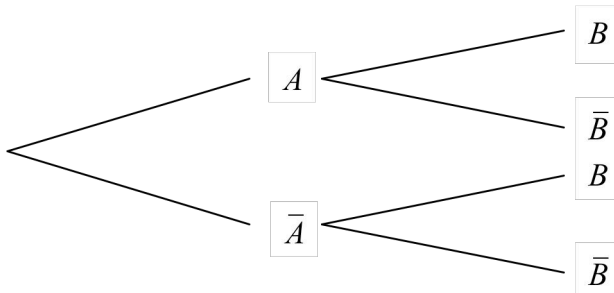
3. Zeigen Sie analog zur Präsenzübung

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^n x_i y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}$$

Rechnen Sie beide Seiten der Gleichung aus für die konkreten Messreihen

i	1	2	3	4	5	6
x_i	2	3	6	9	10	12
y_i	1	2	2	3	5	5

4. Wiederholung bedingte W'



In dem üblichen Fall eines zweistufigen Zufallexperiments mit den Ereignissen A bzw. B kennen Sie die W' $P(A) = \frac{1}{5}$, $P(B) = 0,34$ und $P(B|A) = \frac{1}{5}$. Berechnen Sie aus diesen

Angaben

- a. $P(A|B)$
b. $P(\bar{A}|\bar{B})$