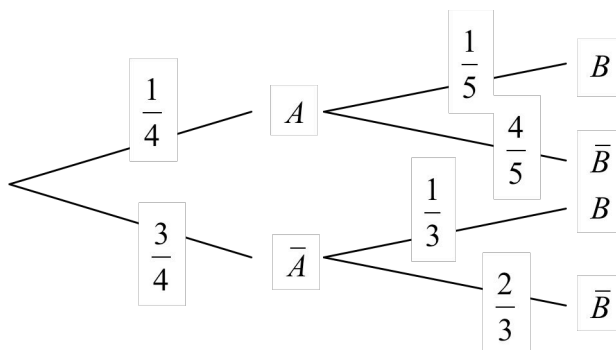


6. Übung

Baumdiagramme, bedingte Wahrscheinlichkeiten

Präsenzübungen (für Do, 22.5.)

1. Gegeben ist das folgende Baumdiagramm



- Schreiben Sie das Diagramm auf mit absoluten Zahlen bei einer Gesamtversuchszahl von 600.
- Erstellen Sie aus den Zahlen in a. eine Vierfeldertafel.
- Erzeugen Sie aus der Vierfeldertafel das umgekehrte Baumdiagramm
 - mit den absoluten Zahlen
 - mit den Wahrscheinlichkeiten
- Lesen Sie aus den entsprechenden Baumdiagrammen ab:
 $P(A|B)$ $P(A|\bar{B})$ $P(\bar{A}|\bar{B})$ $P(B|\bar{A})$ $P(\bar{B}|A)$
- Wir interpretieren die gesamten Daten in dem Zusammenhang:
A: Person ist Wähler der Grünen
B: Person ist Befürworter einer Müllverbrennungsanlage
Wie viel Prozent der Grünenwähler befürworteten die Müllverbrennungsanlage?
Wie viel Prozent der Befürworter der Müllverbrennungsanlage sind Grünenwähler?

Hausübungen (Abgabe: Mo, 26.5.)

- Eine Firma beschäftigt drei Mitarbeiter, die telefonische Anfragen von Kunden beantworten sollen. Herr Alleskönner kann 95% aller Frage zur Zufriedenheit der Kunden beantworten, Frau Besserwisser 90% und Herr Chancenlos noch gerade 70%. Berechnen Sie unter der Annahme, dass alle drei Mitarbeiter gleich viele Telefonate beantworten, die Wahrscheinlichkeiten, dass
 - ein Kunde mit der Antwort, die er erhält, nicht zufrieden ist.
 - ein unzufriedener Kunde an Frau Besserwisser geraten ist.
 - eine Antwort, die zur Zufriedenheit des Kunden ausfiel, von Herrn Chancenlos gegeben wurde.

- d. eine Antwort, die den Kunden nicht zufrieden stellt, von Herrn Alleskönner gegeben wurde.
 - e. ein Kunde an Herrn Alleskönner gerät und eine zufrieden stellende Antwort bekommt.
 - f. ein Kunde an Herrn Chancenlos gerät und eine nicht zufrieden stellende Antwort bekommt.
3. Die formale Definition der bedingten W' ist: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.
- a. Begründen Sie diese Gleichung aus dem Rechnen im Baumdiagramm.
 - b. Erläutern Sie die Gleichung $P(A|\Omega) = P(A)$, wobei Ω wie üblich der Ergebnisraum ist.
 - c. Beweisen Sie formal die Gleichung $P(A \cup B | B) = 1$.
 - d. Berechnen Sie analog zu c die W'en $P(A|A)$ und $P(A|\bar{A})$.
 - e. Verwenden Sie die inhaltliche Erklärung für die bedingte W': „ $P(A|B)$ ist die W' für A, wenn bereits B eingetreten ist.“ Erläutern Sie damit inhaltlich - anschaulich die Gleichung unter b, c und d.
4. In einem bayrischen Touristenort sind zur Hochsaison viermal so viele Touristen wie Einheimische. Touristen tragen zu 60% einen Tirolerhut, Einheimische nur zu 25%.
- a. Sie fragen einen Menschen mit Tirolerhut nach dem Weg. Wie groß ist die W', dass der Mensch ein Einheimischer ist?
 - b. Sie fragen einen Menschen ohne Tirolerhut nach dem Weg. Wie groß ist die W', dass der Mensch ein Einheimischer ist?
- Was ist also günstiger, wenn Sie möglichst schnell eine verlässliche Wegauskunft haben möchten?
5. Eine Krankheit kommt in der Bevölkerung mit einer W' von 1% vor. Der Test für die Krankheit ist zurzeit noch sehr unsicher, er zeigt nämlich sowohl für die Kranken wie auch die Gesunden ihren Zustand mit einer Sicherheit von 80% an.
- a. Der Test zeigt für eine Person das Vorhandensein der Krankheit an. Wie groß ist die W', tatsächlich Krank zu sein?
 - b. Die Firma möchte nun durch weitere Investitionen den Test genauer machen. Sie sollen entscheiden, ob die Investitionen eher in die genauere Indikation bei den Kranken oder bei den Gesunden fließen soll.
Rechnen Sie dazu die Situation unter a durch, wenn die Genauigkeit
 - i. für die Kranken (die Sensitivität) von 80% auf 90% gesteigert wurde.
 - ii. für die Gesunden (die Spezifität) von 80% auf 90% gesteigert wurde.
 Wohin sollte also die Investition fließen?