



## 5. Übung

### Berechnen von Anzahlen und Wahrscheinlichkeiten, Baumdiagramme

Präsenzübungen (für Do, 15.5.)

1. Geburtstagsproblem
  - a. Bei einer Feier sind 20 Gäste versammelt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass wenigstens zwei Gäste an dem gleichen Tag des Jahres Geburtstag haben? Schätzen Sie die  $W'$ , bevor Sie sich an die Rechnung machen.
  - b. Lösen Sie das Problem allgemein für  $n$  Personen.
  - c. Wie viele Personen müssen versammelt sein, damit die  $W'$  für einen doppelt auftauchenden Geburtstag wenigstens
    - i) 50%
    - ii) 90%
    - iii) 99%beträgt?
  
2. Für das Spiel Scrabble haben Sie ein kleines Spezialprogramm, das für die 8 Buchstaben, die man hat, eine alphabetisch geordnete Liste aller möglichen (auch unsinnigen) „8-buchstabigen Wörter“ ausgibt, die aus den 8 Buchstaben gebildet werden können. Kürzere, sinnvolle Wörter soll man als Teil eines 8-buchstabigen Wortes sehen. Sie haben die Buchstaben A, A, C, E, F, F, J, K
  - a. Wie viele „8-buchstabigen Wörter“ umfasst die Liste?
  - b. Wie oft taucht in dieser Liste das sinnvolle Wort „JACKE“ als ein Bestandteil eines unsinnigen „8-buchstabigen Wortes“ auf?
  - c. An welcher Position der alphabetisch geordneten Liste sehen Sie zum ersten Mal den sinnvollen Teil „JACKE“?

Hausübungen (Abgabe: Mo, 19.5.)

3. In einer Urne liegen 12 Kugeln, 4 weiße und 8 schwarze. Die Spieler A, B und C ziehen nacheinander eine Kugel ohne Zurücklegen. Dabei beginnt A, dann zieht B, dann C und dann wieder A u.s.w. Sieger ist, wer als erster eine weiße Kugel zieht. Berechnen Sie die  $W'$ , mit der A, B oder C gewinnen.
  
4. **ACHTUNG! Neue Aufgabe. Ausgetauscht: Montag, 12.5., 22 Uhr**  
In einer Urne liegen 2 schwarze, 2 weiße und 2 blaue Kugeln. Es wird vier Mal ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die  $W'$ , dass
  - a. 0 blaue Kugeln gezogen werden?
  - b. 1 blaue Kugel gezogen wird?
  - c. 2 blaue Kugeln gezogen werden?

5. Ist die Mächtigkeit einer Menge  $\Omega$  gleich  $n$ , so ist die Mächtigkeit der Potenzmenge  $\wp(\Omega)$  gleich  $2^n$ .
- Begründen Sie dieses durch kombinatorische Argumentation.
  - Beweisen Sie diese Aussage durch vollständige Induktion.

6.

#### Lottoquoten

Lottoquoten der Ziehung vom Samstag, den 03.05.08

Der Spieleinsatz belief sich auf: **55.356.000,75 EUR**

Kl.	Anzahl Richtige	Gewinntabelle	
1	6 Richtige und Superzahl	0 x	4.382.887,10 EUR
2	6 Richtige	2 x	1.753.154,80 EUR
3	5 Richtige und Zusatzzahl	15 x	92.260,00 EUR
4	5 Richtige	1092 x	3.295,00 EUR
5	4 Richtige und Zusatzzahl	2842 x	194,70 EUR
6	4 Richtige	68188 x	40,50 EUR
7	3 Richtige und Zusatzzahl	87696 x	25,20 EUR
8	3 Richtige	1168365 x	10,40 EUR

Beim Lotto gibt es insgesamt  $\binom{49}{6}$  verschiedene Tipps. Die Tabelle zeigt die Daten der letzten Ausspielung von Samstag, den 3.5.08.

- Berechnen Sie  $\binom{49}{6}$  exakt.
- Angenommen, wir hätten einen kompletten Tipp abgegeben, d.h. Lottoscheine, auf denen jeder der  $\binom{49}{6}$  möglichen Tipps genau einmal vorkommt. Ein Tipp kostet 0,75 €. Wie viel investieren wir in diesen kompletten Tipp?
- Berechnen Sie für die Gewinnklassen 2 bis 8, wie viele Tipps jeweils in welche Gewinnklasse fallen.

Beispielansatz für Klasse 5, 4 Richtige mit Zusatzzahl:  $\binom{6}{4} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{42}{1}$ , denn aus

den 6 Gewinnzahlen werden 4 ausgewählt, aus der einen Zusatzzahl eine und aus den 42 „Nieten“ eine.

Berechnen Sie nun, wie viel Geld wir mit dem kompletten Tipp am letzten Wochenende gewonnen hätten.

- Berechnen Sie noch, wie viele unserer Tipps nur zwei Richtige, eine Richtige und gar keine Richtige haben und bilden Sie die Summe mit den Gewinntipps aus c. Alle zusammen sollten die Gesamtzahl der Tipps von  $\binom{49}{6}$  ergeben.