3. Übung
Berechnen von Wahrscheinlichkeiten, Baumdiagramme

Präsenzübungen (für Do 24.4.)

1. Theoretische Grundlagen
   a. Wiederholen Sie die Begriffe Ergebnis(raum), Ereignis(raum), Potenzmenge, Ereignisalgebra (σ-Algebra), Wahrscheinlichkeit
   b. Gegeben ist $\Omega = \{a,b,c,d,e\}$ und die beiden Ereignisse $E_1 = \{a\}$ und $E_2 = \{b\}$.
   Erweitern Sie die Menge der Ereignisse so, dass sie eine Ereignisalgebra (σ-Algebra) $\boldsymbol{A}$ darstellt. Vermeiden Sie, die vollständige Potenzmenge von Ω zu nehmen.
   c. Es sei $P(E_1) = 0{,}1$ und $P(E_2) = 0{,}4$ die den Ereignisse E_1 und E_2 zugeordnete Wahrscheinlichkeit. Bestimmen Sie für alle in b. hinzugenommenen Ereignisse die Wahrscheinlichkeiten.

2. Im Text ist von einer 99,9-prozentigen Wahrscheinlichkeit die Rede. Ist das wirklich die W' für das angegebene Ereignis? Wie kann man diese Angabe sinnvoll interpretieren?

Die Sorgen der Holly Marie Adams

Wer ist bloß der Vater?

Wer ist der Vater?? Kommen eineiige Zwillinge in Frage, bleibt das wohl ungeklärt.

Holly Marie Adams hatte in nur einer Nacht Sex mit zwei Männern. Die beiden Männer sind eineiige Zwillinge. Neun Monate später gebar sie ein entzückendes Mädchen. Doch woher in aller Welt soll Holly Marie Adams jetzt wissen, welcher der beiden potenziellen Väter das Kind gezeugt hat?? Beide Männer weisen ob der drohenden Unterhaltszahlungen die Schuld weit von sich: Der jeweils andere sei es gewesen.

Laut Test waren es beide

Kein Problem in der heutigen Zeit, dachte sich Holly Marie Adams, es gibt ja Gentests. Weit gefehlt! Bei jedem der Brüder, so ergab der Test, besteht eine 99,9-prozentige Wahrscheinlichkeit, dass er der Vater des Mädchens sei. Selbst wenn man den gesamten Chromosomensatz der Zwillinge untersuchte, würde man keinen Unterschied sehen, sagte der auf DNA-Analysen spezialisierte Gerichtsmediziner Bob Gaensslen im amerikanischen Fernsehen.

3. Laplace-Wahrscheinlichkeit
   Für welche Zufallsexperimente ist die Laplace-Wahrscheinlichkeit eine angemessene Wahrscheinlichkeitsverteilung?
   a. Werfen mit einer Münze (Zahl, Adler) und einem Würfel - Ergebnisse sind die Paare (Münzergebnis, Würfelzahl).
   b. Geschlecht von Kindern bei der Geburt - Ergebnisse sind „Junge“ oder „Mädchen“
   c. Lottospiel - Ergebnisse sind „Sechser“ oder „kein Sechser“
   d. Lottospiel - Ergebnisse sind alle Gewinnmöglichkeiten: kein Gewinn, 3er, 3er m Z, 4er, 4er m Z, 5er, 5er m Z, 6er
   e. Werfen mit zwei Würfeln - Ergebnisse sind die Augensummen 2 bis 12

Hausübungen (Abgabe: Mo 28.4.)

4. Wettervorhersage
   An einem Fantasieort entwickelt sich das Wetter nach folgendem Muster von Tag zu Tag (wir unterscheiden nur die beiden Wetterergebnisse „trocken“ und „regnerisch“): ist es trocken, so bleibt es mit einer W’ von 40% trocken, ist es regnerisch, so bleibt es mit einer W’ von 80% regnerisch. Heute ist es regnerisch. Wie groß ist die W’, dass es übermorgen trocken ist?

5. In einer Schachtel liegen 6 Paar Socken, 2 Paar sind blau, die anderen 4 sind grau. Ich ziehe nacheinander Sockenpaare heraus (da ich in die Schachtel nicht hineinsehen kann). Wie groß ist die W’,
   a. dass ich gleich beim ersten Versuch ein Paar blaue Socken erwische?
   b. dass dieses Ziehen besonders lange dauert?
   c. In einer Urne liegen s schwarze und w weiße Kugeln. Wie groß ist die W’, dass ich erst im s+1-ten Zug die erste weiße Kugel ziehe?
      (*Hinweis: Hier helfen kombinatorische Überlegungen wohl eher als ein Baumdiagramm.*)

6. Zahlenexperimente zum empirischen Gesetz der großen Zahl
   Ein Würfel hat bei 30 Würfen 8 Sechsen gezeigt, also mehr als ein Sechstel.
   In den nächsten Würfen ist der Würfel „ideal“, d.h. er zeigt bei genau 6 Würfen eine Sechs.
   a. Verfolgen Sie nun in einer Tabelle, wie sich numerisch die relative Häufigkeit für das Ereignis „6“ weiter entwickelt. Gehen Sie dazu praktischerweise in Sechserschritten bei der Anzahl der Versuche vor.
   b. Wie viele Würfe bei idealem Verhalten des Würfels muss man nun nach den 30 „missglückten“ Würfen machen, damit im Gesamtexperiment die relative Häufigkeit für das Ereignis „6“ 0,17 gerade unterschreitet?

7. Bei einem Turnier soll so lange gespielt werden, bis eine Mannschaft 5 Siege errungen hat. Der Verlierer trägt die Kosten des Turniers von 6000 Euro. Beim Stand von 3 Siegen für A und 2 Siegen für B muss das Turnier abgebrochen werden. Die Mannschaften einigen sich darauf, dass die Kosten aufgeteilt werden sollen entsprechend der Chance, das Turnier zu gewinnen/verlieren.
   a. Dabei wird für die nicht gespielten Spiele für die Mannschaften eine 50:50 Chance angenommen. Wie viel Euro müssen A bzw. B bezahlen?
   b. Für die nicht gespielten Spiele wird nach dem aktuellen Turnierstand angenommen, dass A mit einer W’ von 0,6 und B mit einer W’ von 0,4 gewinnt. Wie viel Euro müssen A bzw. B in diesem Fall bezahlen?

   (Solche Aufteilungsprobleme bei abgebrochenen Spielen spielten in der Geschichte der W’rechnung eine große Rolle.)