2. Übung
Ergebnisse, Ereignisse, Mengen, Ereignisalgebra

Präsenzübungen (für Do 17.4.)

1. Geben Sie für die folgenden Situationen jeweils einen möglichst einfachen Ergebnisraum Ω an.
   a. Eine Münze wird zwei Mal geworfen, jede Münze kann Kopf oder Zahl anzeigen.
   b. Eine Spielmarke mit den Zahlen 1 und 2 und ein Würfel werden geworfen.
   c. Eine Münze wird geworfen, bis „Kopf“ erscheint. Man achtet auf die Anzahl der notwendigen Würfe.
   d. Eine Karte wird aus einem Stapel Spielkarten gezogen. Dabei interessiert einen nur
      i. die „Farbe“ Kreuz, Pik, ...
      ii. ob es ein Ass ist oder nicht.
      iii. ob es Kreuz Bube ist oder nicht.

2. Notieren Sie die Ergebnisse zu folgenden Ereignissen. Die Ergebnisräume sollen jeweils die aus Aufgabe 1 sein:
   a. (1.a) Die beiden Münzen zeigen gleiche Ergebnisse.
   b. (1.b) Die Summe beider Zahlen ist eine Primzahl.
   c. (1.b) Das Produkt beider Zahlen ist mindestens 6.
   d. (1.c) Man muss höchstens zwei Mal werfen.

3. Mengendiagramme und Verknüpfungen, Mächtigkeiten berechnen
   a. Zeichnen Sie zu $A \cup B$, $A \cap B$, $A \subseteq B$ und $\overline{A} = \Omega \setminus A$ jeweils ein Mengendiagramm (Venn-Diagramm).
   b. In einer Klasse sind 10 Schüler in einem Fußballverein, 13 Schüler in einem Handballverein, 5 Schüler sowohl in einem Fußball- als auch Handballverein* und 4 sind in keinem solcher Vereine. Wie viele Schüler sind in der Klasse? Zeichnen Sie ein Mengendiagramm.
      *Diese Schüler werden auch bei den Angaben für einen Verein mitgezählt.
   c. Verallgemeinern Sie die Beispielaufgabe b zur Regel: Die Anzahl der Elemente von $A \cup B$ berechnet man durch ... ?

4. Wahrscheinlichkeitsaussagen interpretieren
   Erläutern Sie über relative Häufigkeiten die Aussage. Macht diese Aussage wirklich Sinn?
   a. Wenn Sie beim Roulettspiel auf eine einzelne Zahl setzen, gewinnen Sie mit der Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{37}$.
   b. Jedes Los gewinnt mit einer W’ von 50%.
   c. „Die Gefährdung des Präsidenten ist hoch. Die W’ für ein Attentat beträgt zur Zeit 30%.“

Hausübungen (Abgabe: Do, 3.5.)

5. Können die Beatles Prozentrechnung?
Im Song „Taxman“ singen die Beatles über die Steuerforderung:

Let me tell you how it will be;
There's one for you, nineteen for me.
'Cause I'm the taxman, Yeah, I'm the taxman.
Should five per cent appear too small,
Be thankful I don't take it all.

Welchen Bruchteil will der „taxman“ dem Steuerzahler lassen? Wie viel Prozent soll das angeblich sein? Passt das zusammen oder können die Beatles nicht rechnen?
In den Siebziger Jahren betrug in Großbritannien der Spitzensteuersatz (für besonders Reiche) 95%. Bringen Sie das mit den Beatles-Song in Verbindung.

6. Ergebnisräume beschreiben
   a. In einer Urne liegen 1 schwarze, 2 weiße und 3 blaue Kugeln. Es werden drei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Geben Sie Ω als Menge von 3-Tupeln an.
   Zählen Sie die Ergebnisse auf, die zum Ereignis „wenigstens zwei Kugeln haben die gleiche Farbe“ gehören.
   b. Das Geschlecht der Kinder in Familien mit bis zu drei Kindern wird protokolliert in der Reihenfolge ihres Alters. Geben Sie Ω vollständig an.

7. Mengen-Diagramme bei drei Mengen
   a. In einer Klasse haben 8 Schüler eine Katze, 7 einen Hund, 5 ein Meerschweinchen, 3 einen Hund und eine Katze, 2 eine Katze und ein Meerschweinchen, 2 einen Hund und ein Meerschweinchen, und 1 alle drei Haustiere. Zeichnen Sie ein Diagramm und berechnen Sie die Anzahl der Schüler, die insgesamt in dieser Aufzählung vorkommen. *(Schüler werden hier auch mehrfach gezählt, siehe Aufgabe 3.b)*
   b. Geben Sie allgemein eine Berechnung für die Elemente von $A \cup B \cup C$ an.
   c. Leiten Sie diese Formel her aus der in 3.c gefundenen Formel für die Anzahl der Elemente in $A \cup B$.

8. Gegeben ist $\Omega = \{1,2,3,4,5\}$. In einer Ereignisalgebra $\mathcal{A}$ über Ω sind die beiden Mengen $A_1 = \{1,2,3\}$ und $A_2 = \{2,3,4\}$ enthalten. Welche Mengen müssen noch in $\mathcal{A}$ enthalten sein ohne dass $\mathcal{A}$ die Potenzmenge von Ω ist? *Anleitung: Prüfen Sie für A_1, A_2 und alle hinzukommenden Mengen, ob die drei Eigenschaften einer Ereignisalgebra erfüllt sind.*